Soc. Academia pt Cultura
și Literatura Poporului Român

GAZETA MATEMATICA

RE ODATĂ PE LUNĂ

ANUL XXXII.

ĂRUL 1. — SEPTEMVRIE 1926.

14 IX 926 EMPEO. ZIARE

SUMARUL

1. Lista Membrilor Societăţii „Gazeta Matematică".
2. † Membrii decedaţi.
3. Premiile şi alte dispoziţiuni al fondurilor „Gazetei Matematice".
4. Neegalităţi trigonometrice . . . . . *I. Ionescu.*
5. Soluţia geometrică a problemei 3105 . . *Col. Gh. Buiciu.*
6. Premiul „Inginer H. Capriel".
7. Note Matematice: 1—5.
8. Chestiuni de examen.
9. Bibliografii.
10. Cereri 140—141.
11. Probleme rezolvate: 2434, 3240, 3257, 3382, 3395, 3401, 3428.
12. Exerciţii: 1—10.
13. Probleme propuse: 3451—3462.

ABONAMENTUL 100 LEI PE AN.

BUCUREŞTI
IMPRIMERIA FABRICILOR DE CHIBRITURI ŞI TIMBRE-FILARET
1926

SPRE ŞTIINŢA

Gazeta Matematică se publică de către **Societatea „Gazeta Matematică“** având sediul în Bucureşti, compusă din Doctori sau Licenţiaţi în matematici, Ingineri cu diplome recunoscute de Stat şi Ofiţeri de arme speciale (Art. 5 din Statute). Lista membrilor se publică în primul număr al fiecărui an.

Societatea este administrată de o delegaţie de 3 membri, care pentru anul XXXII se compune din D-nii: **I. Capriel**, Inginer-Şef; **C. Malcoci**, Inginer Inspector General, Directorul Fabricilor de Chibrituri şi Timbre din Bucureşti; **Gh. Em. Filipescu**, Inginer, Director technic la Soc. Comunală a Tramvaielor Bucureşti, Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti, Cassier.

Manuscrisele destinate „Gazetei Matematice“ se vor trimite D-lui GH. ILIESCU, Inginer, Sub-Directorul Fabricilor de chibrituri şi timbre, Bucureşti.

Toate manuscrisele, articolele, notele, problemele rezolvate, problemele propuse şi exerciţiile se vor redija în conformitate cu instrucţiunile ce se pot procură dela D-l *Ing. Gh. Em. Filipescu*, în schimbul sumei de 5 (cinci) lei trimeasă prin poştă.

Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

Pentru uniformitatea semnăturilor şi spre a se evită confuziuni, corespondenţii sunt rugaţi a iscăli în ordinea următoare: numele de botez complet, iniţiala părintelui, numele de familie.

Probleme nerezolvate: 171, 485, 581, 691, 766, 886, 87, 914, 44, 1000, 08, 56, 58, 92, 128, 46, 62, 78, 80, 214, 36, 70, 71, 87, 97, 99, 310, 33, 43, 55, 64, 67, 77, 79, 84, 86, 98, 99, 412, 34, 50, 82, 553, 84, 87, 626, 37, 50, 76, 79, 711, 29, 33, 35, 53, 64, 807, 76, 82, 84, 905, 06, 14, 29, 44, 49, 59, 87, 2003, 04, 16, 17, 32, 70, 74, 111, 12, 70, 233, 338, 53, 82, 92, 405, 08, 14, 16, 22, 30, 39, 40, 43, 44 48, 56, 61, 62, 66, 69, 77, 79, 87, 500, 01, 02, 03, 10, 24, 29, 39, 43, 44, 45, 46, 55, 56, 60, 69, 71, 77, 80, 87, 91, 93, 96, 97, 602, 07, 08, 09, 23, 38, 43, 45, 47, 55, 56, 58, 65, 71, 84, 86, 92, 95, 709, 13, 17, 27, 35, 38, 45, 58, 69, 78, 80, 89, 809, 14, 65, 86, 89, 909, 12, 26, 36, 47, 56, 95, 3005, 19, 45, 69, 81, 89, 107, 14, 27, 34, 40, 41, 50, 60, 61, 65, 69, 71, 80, 85, 208, 15, 20, 30, 49, 55, 60, 64, 75, 76, 78, 92, 98, 300, 04, 07, 08, 09, 10, 13, 16, 18, 20, 25, 35, 41, 43, 50, 54, 60, 61, 72, 79, 85, 87, 90, 96, 97, 98, 400, 02, 04, 05, 11, 12, 13, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 29, 30, 31, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 45, 46, 47, 48. 49, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62.

Enunţurile problemelor nerezolvate, propuse în anii I—XXIX cu No. 171 — 3208, se găsesc publicate într'un Număr Special, care se poate procură dela „Gazeta Matematică“ (Fabrica de Chibrituri din Bucureşti), cu preţul de 12 lei.

Costul abonamentului la Revista „Gazeta Matematică“ pe anul XXXII, este de lei 100.

Pentru a primi No. 2 și următoarele ale Revistei, D-nii abonați sunt rugați să trimită costul integral al abonamentului sau, dacă au trimis numai o parte din acest cost, a-l completă.

GAZETA MATEMATICA

ANUL XXXII *SUPLIMENT* No. 1

RECREAŢIUNI

1. **Numere în versuri.** Din poezia „*Mihul Copilul*“ :

Că s'aţin pe aici
45
50 — 5
De haiduci levinţi.

C. POPOVICI.

* * *

2. **Egalităţi!!** In „*Pentru mici şi mari*“ de C. IONESCU găsim următoarele egalităţi între cantităţi neegale :

La pag. 64 : $80\times3=240+1=241\times3=723+80=803$.
„ „ 67 : $6\times3=18:2=9\times3=27:9=3$.
„ „ 67 : $7\times3=21+1=22:2=11\times3=33:9=3$.
„ „ 68 : $3+3=6+5=11\times5=55+10=65\times10=650=650-350=300$.
„ „ 72 : $7+7=14+5=19\times5=95+10=105+3=108\times10=1080+6$
$=1086\times10=10860+5=10865-3500=7365$.
„ „ 83 : $9+9=18+1=19\times5=95$.
$95+7=102+102=204+1=205\times5=1025$.
$1025+3=1028+1028=2056+1=2057\times5=10285$.

L. KATZ.

* * *

3. **Exerciţii de calcul.** Profesorul de matematici dela Colegiul „*Saint Quirin à Huy*“, L'ABBÉ E. GELIN, a calculat următoarele :

a) $2^{126}=$ 85 070 591 730 234 615 865 843 651 857 942 092 864

b) $2^{196}=$100 433 627 766 186 892 221 372 630 771 322 662 657 687 111 424 552 206 336.

c) $2^{126}\,(2^{127}-1)=$144 740 111 546 645 244 279 463 731 260 859 884 481 573 677 491 474 835 889 066 354 349 131 199 152 128.

d) $379\,516\,400\,906\,811\,930\,638\,014\,896\,080^2 -$
$12\,055\,735\,790\,331\,359\,447\,442\,538\,767^2\times991=1$.

e) $3\,940\,603\,592\,440\,589\,186\,792\,668\,219\,155\,493^2\times1549=$
$155\,091\,664\,786\,017\,897\,306\,106\,048\,533\,964\,770^3+1$.

ION C. CRISTESCU.

Este probabil că nu GÉLIN a făcut aceste calcule, ci le-a reprodus. Aşà SCOT a dat toate puterile lui 2 pânăla 2^{256} care au 78 cifre. Relaţia de sub *(d)* este dată de *Legendre* în *Théorie des nombres.*

Ţinem să arătăm că nici *Gazeta Matematică* nu stă mai pe jos cu asemenea calcule. In anul XIII pag. 18, D-l I. ANDRIESCU, pe atunci elev al liceului Internat din Iaşi, la cererea mea de a se găsi cifra dela mijlocul numărului 9^{99} a dat această putere, care are 95 cifre :

9^{99}=29 512 665 430 652 752 148 753 480 226 197 336 314 359 272 317 043 832 886 063 884 637 676 943 433 478 020 332 709 411 004 889.

In anul XX pag. 248 am arătat că $(2^{99}.5^{30}+5^{70})$ şi $2^{99}.5^{30}-5^{70})$ ridicate la patrat dau numere decâte 101 cifre, care diferă numai prin primele două cifre dela stânga, adică sunt patrate gemene. Fratele meu IOSIF IONESCU a voit să se convingă de fapt dacă acest lucru este adevărat şi a găsit că cele două patrate sunt ale numerelor :

a = 303 618 234 651 895 829 246 683 225 006 796 419 620 513 916 015 625.

b = 286 677 575 706 809 822 465 316 774 993 203 580 379 486 083 984 375.

şi că :

a^2=92 184 032 413 133 677 280 655 194 457 197 105 838 657 549 411 424 077 607 513 961 896 135 157 303 433 516 062 796 115 875 244 140 625.

Apoi b^2 are aceleaşi cifre, afară de prima, care este 8 în loc de 9.

I. IONESCU.

* * *

4. **Poem matematic.**

— Când obosit îmi ridic ochii Depe hârtiile 'ncărcate Cu *zeci* de *funcţii omogene* Cu *radicali*, cu *derivate*.

— Le uit pe toate într'o clipă Şiragurile obsedante *Variabilele* săltăreţe Cât şi serioasele *constante*.

— Şi numai tu-mi rămâi în minte Iubita mea cu ochii de ghiaţă Şi atât te recunosc de bine De parcă îmi stai aievea-n faţă.

— O iată părul tău de aur Ce cade'n valuri luminoase Intinse'n parte peste umeri In *fascicole armonioase*.

— O, iată-ţi *formele* divine In *curbe* fine conturate Care-ţi dau graţia severă A *conicilor raportate*.

— Când buzele-ţi mişti iubito Şi izvorăşte un ritm verbal Coprinde'n mine *infinitul* Ca într'un *calcul integral*.

— Aşi vreà în fine să-m 'apropii Dar între noi stau ochi-ţi bată-i Cum între *două* a *funcţiunii* Stă rădăcina *derivatei*.

— Te 'ntreb de m'ai iubit vre-o dată O tu, tu idol admirabil Şi nu pot să coprind cu mintea Răspunsu-ţi *incomensurabil*.

— O nu, nu-mi *anulà* speranţa Ea-i *derivata* desperări Şi un *maxim* ar atinge atuncea Această limit-'a 'ntristării.

— Iar tu rămâi la toate rece Şi mă priveşti ca o *secantă* De'inţelegi aceleaşi cuvinte Dar cu o mai tristă *variantă*.

— Ş'atunci îmi prind capul în palme Şi 'ncep a plânge ca nebunul Căci vai, iubita-mi diafană Eşi *radical din minus unu*.

TH. MIRICĂ.

* * *

5. **De ce am părăsit „Gazeta“.** (Motivarea materialismului unui vechi corespondent).

Intr'un *punct opus diametral* Pe *sferoidul* pământean în vre-o insulă din *emisferul austral* Soarele trecea la *meridian*,... Pe când eu povestiam.

În mica mea odae de elev-inginer, Pe mas 'ntinse au rămas. O *planș'un teu* și un *echer*, Tușuri multe, o *riglă* și un *compas*.... De când lucram!

Iar alături stă în așteptare Voluminosul *curs de rezistență* Indicând *efortul* cel mai mare Când avem *flambajul* în prezență... Și când e *compresiune*.

Pe etajeră, acum mobilă decorativă, Un tratat de *algebră*; o *geometrie*. Și de-a lui Euclid și *descriptivă*, Așteaptă vremuri ce n'au să mai revie.... De când le cercetăm!

Iar într'un colț pe o policioară Stă prăfuită și uitată *Matematica Gazetă* Știindu-se iubită, cum ereă și-o dinioară Și 'npreună cu stăpânu-i ea regretă.... Timpul pe când eream *corespondent*.

De mândru ce-s, sau din gelozie. Sau mai știu eu din ce alte sentimente De-o dată 'n astă mica mea împărăție, Se iscară discuții foarte violente.... Pe când mă odihneam:

Un *traseu de drum* dintr'un *proect* Răspundea unui *arc de iperbolă* ce-l apostrofase că nu e prea corect. Referind cazul la o *grindă în consolă*.

.... Ce acum îi judeca direct!

Ce crezi e așă ușor, mă epatezi. Dacă tu *ramuri* ai *la infinit*? Se vede dragă, tu nici măcar visezi. Ce mult folos și mult profit.. Aduc eu celor ce mă *construesc*!

.... *Arcul* își îndreaptă talia'i sveltă, Și îi aruncă o privire plină de dispreț. — „O mic pigmeu ce te târăști prin stepă, Pe tine te calcă în picioare orice nătăfleț... Pe mine 'n cap mă au *savanții!*".

Se împărțiră în *două* părți cantradictorii, De o parte drumuri, construcții, pilotage, lar de alta *geometrie — algebră, teorii*. Și toate celelalte spirituale apanage... Ale oamenilor de genii!

Și mândrindu-se o *grindă cu zăbrele*. Că-i de fier și poate ține un acoperiș de cas, Ironic râde-o *teorie* dintr'un volum legat în piele.

De când eu mă născui din mintea lui *Laplace*... Țin pe mine *universu* 'ntreg!

Cei dintâi căutau să *demonstreze*, Că ei aduc un maxim de folos, Celor ce le construiesc și știu să le uzeze Și *c'algebră, teorie* ar fi cu totul de prisos... De n'ar fi ingineri!

Apoi, susțineau cu supremul *argument*. Că însăși *Gazeta*, — altădată favorită. Ce sintetizează științe de *raționament*. Ce-a fost odată așă de mult iubită... Acum e părăsită!

Și cum *discuția* continua cu violență. Și nimeni nu vreă să dea vreo *soluțiune*, Interveni dintr'un *curs de rezistență*. *Teoria variații* lui σ *(sigma)* pe *secțiune*... Ce până acum erea *neutră*.

lar dânsa 'n ambele cete având rude, Prin urmare socotind-o imparțială Primit a fost să fie jude Să spună dacă-i mare procopseală... Să fii practică sau *teorie!*

„Cearta noastră, dragi colege-i un regres, Căci de nu erau *algebra, geometria, integrare* Atunci drumuri, poduri nu făceau nici un progres lar fără astea *teoria* n'ar aveă vre-o desvoltare... în mintea omenească!"

„Iar de e vorba de *matematici* şi *gazete* Ce al'dată au fost inconjurate de iubire şi onor Să ştiţi că ei ii datoriţi lumina, voi proiecte, Căci ea fu *idealul* unui constructor viitor,... Pe când el erà licean!"

„Şi dac'o părăsi acum in aparenţă Lăsând altora mai norociţi de soartă Să studieze *teoria* făr'o materială cunoştinţă, El continuă s'o iubiască ca şi'altă dată... Pe când ereà *corespondent!*"

„Aşà dar nu vă certaţi este'n zadar, Căci de folos sunteţi toate de-o potrivă, Fără practică n'ar existà nici trenuri, nici tipar, Aşà c'ar fi rămas restrânse *algebră, descriptivă*, Şi nu erà *concursul la Gazetă!*"

29/III/1926. E. C. R.

* * *

6. **Regularea muncii prin numere.** Se ştie că pentruca mai mulţi oameni să inceapă deodată o acţiune se numără: *unu, doi, trei* primele două pronunţându-se mai lung şi al treilea scurt şi că atunci pornesc toţi deodată. In munţii Jura; când se bat piloţii sau parii in pământ, şeful echipei de lucrători trigă:

En voila une, La jolie une Une s'en va Ça ira Deux s'en vint Ça va bien... Et voilà sept La jolie sept Sept s'en va Ça ira Sept parti C'est fini.

I. I.

* * *

7. **Cuvinte matematice simetrice.** Avem:

unu; axa; monom; minim.

Mai sunt altele?

I. Miu.

* * *

8. **Relativitate.** Reese din următoarele versuri ale lui D. Anghel:

„De un timp am o durere Şi într'atâta e de mare Incât nu mai ştiu eu singur Eu o am, sau ea mă are".

I. I.

* * *

9. **Timpul.** Şt. Augustin fiind intrebat ce este timpul, răspunde: „Dacă nimeni nu mă intreabă ştiu; dacă caut să'l explic, când mă intreabă cinevà, nu mai ştiu".

I. I.

* * *

10. **Joc de cuvinte cu Newton.** Un anagramist vorbind de atracţiunea universală, descoperită de Newton, zice că ea este *not new*, dar că Newton *went on.*

I. I.

* * *

11. **Maximum sunetelor in o silabă.** In limba română acest maximum pare să fie 7. Iată un exemplu: STREANG.

I. I.

GAZETA MATEMATICA

GAZETA MATEMATICA

FOAE LUNARA

DE

MATEMATICI ELEMENTARE SI SPECIALE

PENTRU UZUL

ŞCOALELOR SECUNDARE, SPECIALE ŞI SUPERIOARE

VOLUMUL XXXII

15 SEPTEMBRIE 1926 — 15 AUGUST 1927

BUCUREŞTI

IMPRIMERIA FABRICILOR DE CHIBRITURI ŞI TIMBRE-FILARET

1926

LISTA MEMBRILOR
SOCIETAŢII „GAZETA MATEMATICA“

DELEGAŢIUNEA PENTRU ANUL XXXII*)

I. Capriel, C. Malcoci şi Gh. Em. Filipescu (cassier).

PERSONALUL REDACŢIUNII.

I. Ionescu. Membru delegat pentru schimburi de reviste, primirea lor, cereri, recreaţiuni, diverse şi reclamaţiuni privitoare la tipărire.

G. Ţiţeica. Raportor.

Gh. Iliescu. Membru delegat pentru convocările lunare, pentru primirea şi repartizarea manuscriselor destinate *Gazetei Matematice.*

A. Brener, Gh. Iliescu şi C. Malcoci. Membri delegaţi pentru corecturi şi imprimarea revistei.

I. Ionescu. Membru delegat pentru aritmetică elementară.

E. Abason şi O. Ţino. Membri delegaţi pentru geometrie elementară.

Lt.-Col. G. Liteanu. Membru delegat pentru trigonometrie.

M. Ghermănescu. Membru delegat pentru algebră elementară.

G. A. Nichifor. Membru delegat pentru geometria descriptivă.

Cr. Mateescu. Membru delegat pentru mecanica elementară.

Lt.-Col. G. Liteanu. Membru delegat pentru geometria analitică şi cosmografie.

A. Angelescu. Membru delegat pentru probleme şi note de matematici superioare.

Th. Angheluţă şi Gh. Bratu. Membri delegaţi pentru probleme propuse de matematici superioare.

P. Sergescu. Membru delegat pentru exerciţii şi chestiuni de examen.

D. Stan. Membru delegat pentru alcătuirea tablei de materii.

E. Abason, N. Abramescu, Col. G. Buicliu, V. Cristescu, M. Ghermănescu, R. Ianculescu, Căpitan I. Linteş, Lt.-Col. G. Liteanu, Cr. Mateescu, O. Ţino, Gh. Zapan şi Căpitan Gr. Zapan. Membri delegaţi pentru cercetarea şi redactarea problemelor rezolvate.

*) Societatea este administrată şi reprezentată de o delegaţie alcătuită din doi membri şi un cassier. (Art. 13 din Statute).

MEMBRII

1	1922, Mart. 1*	Abason E. Inginer. Doctor în Matematici. — Direcţia Generală a Apelor din M. L. P. Asistent la Şcoala Politechnică — Strada Justinian, 20. Bucureşti.
2	1907, Iulie 1	Abramescu N. Doctor în Matematici. — Profesor la Universitatea din Cluj.
3	1913, Oct. 7	Alaci V. Doctor în Matematici. — Profesor la Şcoala Politechnică din Timişoara. — Piaţa Doja, 12. Timişoara.
4	1919, Sept. 12	Angelescu A. Doctor în Matematici.—Profesor la Universitatea din Cluj.
5	1922, Noem. 4	Angheluţă Th. Doctor în Matematici.—Profesor la Universitatea din Cluj.
6	1921, Febr. 5	Avramescu C. Inginer. — Str. Clopotarii Vechi, 15. Bucureşti.
7	1924, Aug. 29	Baidaff Ig. Bernardo. Doctor în Matematici. — Buenos Aires.
8	1911, Febr. 20	Banciu I. Licenţiat în Matematici. — Profesor la Liceul Spiru Haret. — Str. Lucaci, 95. Bucureşti.
9	1912, Aug. 28	Beleş I. Inginer-Şef. — Director în administraţia centrală a Ministerului Lucrărilor Publice. Asistent la Şcoala Politechnică din Bucureşti. — Str. Regală, 12. Bucureşti.
10	1920, Ian. 10	Borneanu George. Inginer. — Directorul Societăţii „Uzinele Chimice Române". — Str. Basarabia, 45. Bucureşti.
11	1920, Ian. 10	Bratu Gh. Doctor în Matematici. — Profesor la Universitatea din Cluj. Prodecan al Facultăţii de Ştiinţe. Profesor la Academia Comercială din Cluj. — Str. Brătianu, 29. Cluj.
12	1926, Iunie 28	Brener M. A. Inginer. — Subdirector în Direcţiunea Generală R. M. S. — Str. Olimp, 58. Bucureşti.
13	1910, Iunie 21	Bruckner Victor. Inginer Inspector General. — Directorul serviciului podurilor C. F. R. — Str. Scaune, 33. Bucureşti.
14	1920, Aug. 15	Budeanu I. C. Inginer.—Societatea „Electrica". Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti. — Parcul Bonaparte. Str. B. 52. Bucureşti.
15	1910, Apr. 3	Buicliu Gh. I. Colonel de Artilerie. — Comandant al Şcoalei Speciale a Artileriei. Profesor la această şcoală, la Şcoala militară de Artilerie şi la Şcoala Politechnică din Timişoara.—Şcoala Specială a Artileriei. Timişoara.
16	1924, Ian. 30	Bunescu Al. Inginer. — Diplomat al Şcoalei Naţionale de Poduri şi Şosele.—Domiciliu: Bul. Ferdinand, 74 B. Bucureşti. Birou: Popa Lazăr, 7. Bucureşti. Telefon 53/49.
17	1920, Ian, 10	Buradescu Traian. Inginer. — Şeful Secţiei a II-a Întreţinere.— Gara T.-Severin.
18	1910, Oct, 25	Buşilă D. C. Inginer.—Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti. — Str. Matei Milo, 2 bis. Bucureşti.

*) Data admiterii.

19	1921, Mai 4	Buşilă I. Inginer.—Asistent la Şcoala Politechnică din Bucureşti.—Str. Esculap, 6 bis. Bucureşti.
20	1914, Iulie 12	Cambureanu V. Inginer. — Inspector principal la C. F. R. — Str. Sf. Sava, 16. Iaşi.
21	1926, Iun. 28	Cambureanu V. D. Inginer. — Str. Rumeoară, 13. Bucureşti.
22	1910, Aug. 3	Capriel Dicran. Inginer. — Antreprenor de Lucrări Publice. — Str. Democraţiei, 37. Galaţi.
23	1922, Noem. 4	Capriel I. Inginer-Şef. — Industriaş.—Str. Visarion, 5. Bucureşti.
24	1920, Mart. 1	Caraman E. Licenţiat în Matematici. — Profesor. — Strada Vulturului, 20. Galaţi.
25	1920, Ian. 10	Cazacu N. C. Inginer. — Şef de secţie C. F. R. — Comrat. Basarabia.
26	1914, Dec. 20	Chiricuţă A. Inginer Inspector General. — Şeful biroului technic al serviciului hidraulic. — Bulevardul Elisabeta, 87. Bucureşti.
27	1920, Mart. 1	Chiţulescu I. Ioan. Inginer.—Direcţia Specială a Atelierelor C. F. R. Asistent la Şcoala Politechnică din Bucureşti.—Str. Pantelimon, 34. Bucureşti.
28	1921, Febr. 5	Cioc M. Inginer. — Sub-director General al Societăţii „Cugir". — Str. Romană, 21. Bucureşti.
29	1895, Sep. 15* (fondator)	Constantinescu Tancred. Inginer Inspector general. — Aleea Vulpache, 7 (Parcul Filipescu). Bucureşti.
30	1910, Apr. 3	Costinescu Dan. Inginer.—Director technic al Fabricii de Hârtie Letea. Bacău.
31	1895, Sep. 15 (fondator)	Cristescu Vasile. Inginer Inspector General. — Directorul Serviciului technic din Direcţia Generală de Construcţii de C. F. — Str. 11 Februarie, 2. Bucureşti.
32	1922, Noem. 1	Dumitrescu I. Gh. Licenţiat în Matematici. — Profesor la Liceul Militar „Mânăstirea Dealului". Târgovişte.
33	1922, Mart. 1	Dumitrescu Arg. D. Inginer. — Str. N. Bălcescu, 34. Craiova.
34	1918, Ian. 28	Felix Corneliu. Colonel în Rezervă.—Str. G. D. Pallade, 72. Bucureşti.
35	1909, Iulie 1	Filipescu Em. Gh. Inginer. — Director technic la Societatea Comunală a Tramvaielor Bucureşti. Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti. — Str. Vasile Lascăr, 218. Bucureşti.
36	1921, Mai 4	Gabrielescu Ramiro. Inginer. — Parcul Bonaparte, Str. C, 9. Bucureşti.
37	1914, Dec. 20	Gâlcă I. Toma. Inginer-Şef.—Str. Luigi Cazzavilan, 8. Bucureşti.
38	1906, Mart. 4	Georgescu I. N. Inginer Inspector General. — Directorul General al Serviciului Inbunătăţirilor Funciare.—Str. G. D. Pallade, 35. Bucureşti.
39	1921, Febr. 5	Georgescu N. N. Inginer.—Directorul Fabr. de Chibrituri—Cluj.
40	1922, Aug. 31	Ghermănescu Mihail. Licenţiat în Matematici. — Profesor secundar. — Str. Popa Nan, 79. Bucureşti.

*) Data fondării revistei „Gazeta Matematică". Societatea „Gazeta Matematică" a fost constituită la 1 Septemvrie 1909.

41	1913, Aug. 30	Gheorghiu Mircea. Inginer. — Comisiunea mixtă a Porţilor de Fier. — Orşova.
42	1913, Aug. 30	Gheorghiu S. I. Inginer-Şef. — Subdirector general la Societatea generală de Gaz şi Electricitate. Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti. — Str. Dionisie, 94. Bucureşti.
43	1921, Mai 4	Ghimuş A. D. Căpitan. — Comandamentul Şcoalelor şi Centrului de instrucţie al Geniului. Profesor la Şcoalele Militare de Geniu şi la Şcoalele Aeronauticei.— Str. Vasile Lupu, 18. Bucureşti.
44	1910, Iunie 2	Grigorescu C. Inginer. — Antreprenor de Lucrări Publice — Str. Plantelor, 42. Bucureşti.
45	1920, Ian. 10	Gutzu Victor. Inginer.—Directorul Manufacturei de Tutun.—Iaşi.
46	1924, Ian. 30	Ianculescu R. Inginer. Licenţiat în Matematici. — Şef de Secţie la C. F. R.—Str. General Cernat, 19. Bucureşti.
47	1922, Mai 10	Iliescu Gh. Inginer. — Subdirectorul Fabricilor de Chibrituri şi Timbre.—Fabrica de Chibrituri. Bucureşti.
48	1926, Iunie 28	Ioachimescu A. Gh. Inginer. — Serviciul Technic R. M. S. — Str. Buzeşti, 76. Bucureşti.
49	1895, Sept. 15 (fondator)	Ioachimescu Gh. Andrei. Inginer-Şef. Licenţiat în Matematici. — Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti.—Str. Buzeşti, 76. Bucureşti.
50	1920, Ian. 10	Ioanovici Aurel. Inginer.—Str. G-ral Berthelot, 55. Bucureşti.
51	1922, Noem. 1	Ionescu V. D. Licenţiat în Matematici. — Profesor Secundar. — Şcoala Normală Superioară. Paris.
52	1895, Sept. 15 (fondator)	Ionescu I. Inginer Inspector General. — Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti. Membru în Consiliul technic superior al Lucrărilor Publice; în Consiliul permanent al Instrucţiunii Publice, pentru partea industrială; în Comitetul de Direcţiune al Poştelor, Telegrafelor şi Telefoanelor; în Comitetul de Direcţiune al Construcţiunilor de Căi Ferate. Membru corespondent al Academiei Române.—Str. Căluşei, 23. Bucureşti.
53	1912, Iunie 2	Jijie Adam. Căpitan Comandor în rezerva marinei. Licenţiat în Ştiinţe. Inginer Electrician.—Concesionarul luminatului electric şi al alimentării cu apă din Sulina.—Sulina.
54	1924, Ian. 30	Kauffmann N. Inginer. — Direcţiunea Economatului C. F. R. — Str. Ing. N. Hârjeu, 4. Bucureşti.
55	1905, Mart. 1	Lalescu Tr. Doctor în Matematici. Inginer electrician.—Profesor Universitar. Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti. — Str. Vasile Boerescu, 19. Bucureşti.
56	1919, Sept. 12	Linteş I. Căpitan din Aeronautică. —Şcoala Superioară de Aeronautică din Paris.
57	1921, Mai 4	Liteanu I. Gh. Lt.-Colonel. — Marele Stat Major al Armatei. Profesor la Şcoalele Militare ale Aeronauticei.—Aleea Sevastopol, 27. Bucureşti.
58	1913, Aug. 30	Malcoci C. Inginer Inspector General.—Directorul Fabricilor de Chibrituri şi Timbre.—Fabrica de Chibrituri. Bucureşti.
59	1926, Iunie 28	Manoilescu Mihail. Inginer.—Subsecretar de Stat al Ministerului de Finanţe.—Aleea Alexandru, 22. Parcul Filipescu, Bucureşti.

60	1921, Febr. 5	MAREŞ T. Inginer. — Direcţiunea generală de Poduri şi Şosele, Studii şi Construcţii, din Ministerul Lucrărilor Publice. Bucureşti.
61	1922, Mai 10	MATEESCU CR. Inginer. — Societatea „Electrica", Bucureşti.—Str. Maltopol, 12. Bucureşti.
62	1921, Febr. 5	MIHALOPOL C. Inginer-Şef.— Str. Profesori, 6 bis. Bucureşti.
63	1925, Febr. 11	MIRCEA M. E. Inginer. — Şeful Schelei Runcu a Societăţii „Concordia". — Scorţeni, prin Gara Băicoi. Jud. Prahova.
64	1909, Iunie 1	MIREA N. ŞT. Inginer-Şef. Licenţiat în Matematici.— Profesor la şcoala superioară de Arhitectură. — Str. Inundaţiei, 8. Bucureşti
65	1920, Ian. 10	MITITELU C. CLAUDIU. Inginer. Licenţiat în Matematici. — Subdirectorul Manufacturii de tutun „Belvedere". — Bucureşti.
66	1920, Ian. 10	MITITELU C. I. Inginer. — Bulevardul Elisabeta, 60. Bucureşti.
67	1906, April. 1	MOŢOI I. Inginer. — Antreprenor de Lucrări Publice. — Str. Dionisie, 59. Bucureşti.
68	1909, Noem. 1	NĂSTURAŞ D. Inginer. — Antreprenor de Lucrări Publice.—Aleea Alexe Marin, 5. Bucureşti.
69	1922, Martie 1	NEGRETZU I. Inginer de Mine.—Antreprenor minier.—Str. Şerban Vodă, 170. Piteşti.
70	1910, Mai 20	NICHIFOR A. G. Doctor în Ştiinţele Matematice. — Docent Universitar. Profesor conferenţiar la Facultatea de Ştiinţe din Bucureşti. — Str. Dimitrie Racoviţă, 32. Bucureşti.
71	1922, Noem. 4	NICOLAU TH. M. Inginer.— Direcţiunea G-lă de Poduri şi Sosele, Studii şi Construcţii. Ministerul Lucrărilor Publice. — Str. Răsurilor, 24. Bucureşti.
72	1920, Oct. 28	NICULESCU CRISTEA. Inginer-Şef.—Aleea Regina Maria, 15. Parcul Bonaparte. Bucureşti.
73	1923, Iulie 4	NICULESCU GH. Căpitan de Artilerie. — Şcoala Superioară de Aeronautică din Paris.
74	1922, Martie 1	ONICESCU O. Doctor în Matematici. — Conferenţiar la Facultatea de Ştiinţe din Bucureşti.—Str. Clopotarii Vechi, 25. Bucureşti.
75	1913, Oct. 7	ORĂŞANU D. CEZAR. Inginer-Şef. Licenţiat în Matematici. — Profesor-conferenţiar la Şcoala Politechnică din Bucureşti. Profesor la Şcoala de Topometrie a Cadastrului. Profesor la Şcoalele speciale ale Aeronauticei. Profesor la Şcoala Specială de Geniu. Antreprenor de Lucrări. — Str. Ştirbey Vodă, 45. Bucureşti.
76	1910, Mai 20	ORĂŞANU GR. Licenţiat în Matematici.—Inspector şcolar. Profesor la Liceul din Ploeşti. — Str. Stănică Marin, 32. Ploeşti
77	1914, Dec. 20	PANAITESCU SC. General de divizie în rezervă. — Membru corespondent al Academiei Române. Consilier la Banca Românească din Chişinău.—Str. Alexandru cel Bun, 79. Chişinău.
78	1924, Ian. 30	PAŞCANU S. Inginer. — Str. Domnească, 115. Galaţi.
79	1911, Dec. 17	PATRICIU G. TITUS. Licenţiat în Matematici.— Directorul Liceului statizat de băeţi „M. Kogălniceanu". — Str. Rosetti, 8. Iaşi.
80	1920, Oct. 28	PHILIPPIDE M. Inginer. — Director General al Societăţii Anonime Române de Navigaţiune pe Dunăre. S. R. D.—Str. Radu Vodă, 25. Bucureşti.

81	1911, Aug. 11	Popescu Gh. Inginer Inspector General. — Director General al Societăţii Naţionale de Credit Industrial. Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti.—Str. General Praporgescu, 27. Bucureşti.
82	1922, Aug. 31	Popescu Ion. Inginer. — Stradela General Lahovary, 5. Bucureşti.
83	1925, Febr. 11	Protopopescu Grigore. Colonel din Artilerie.—Str. Câmpineanu, 46. Bucureşti.
84	1910, Aug. 3	Radu E. M. Inginer-Şef.—Director în Direcţia Generală de Poduri şi Şosele, Studii şi Construcţii. Profesor la Şcoala Politechnică din Bucureşti.—Str. Semilunii, 5. Bucureşti.
85	1920, Aug. 15	Revici Teofil. Inginer.— Direcţia de Poduri C. F. R. — Str. D Racoviţă, 14. Bucureşti.
86	1895, Sept. 15 (fondator)	Roco M. Inginer Inspector General. — Str. Sevastopol, 3 bis. Bucureşti.
87	1914, Dec. 20	Roşu V. Inginer Inspector General. — Directorul Serviciului Hidraulic. — Str. Fracmazonă, 114. Bucureşti.
88	1904, Sept. 1	Salingy M. Inginer Inspector General.—Subdirectorul Serviciului Hidraulic. Profesor la Şcoala de Conductori de Lucrări Publice din Bucureşti. — Str. Palas, 3 bis. Bucureşti.
89	1920, Ian. 10	Săpunaru S. Gh. Inginer.— Directorul Societăţii Clădirea Românească. — Str. Semicercului, 7. Bucureşti.
90	1920, Aug. 15	Şerbănescu C. Victor. Inginer.—Str. Temişana, 34. Bucureşti.
91	1919, Sept. 12	Sergescu P. Doctor în Matematici. Licenţiat în Filosofie.—Conferenţiar la Universitatea din Cluj.
92	1921, Febr. 5	Sfinţescu C. Inginer. — Directorul General al Cassei Lucrărilor Oraşului Bucureşti. Profesor la Şcoala Superioară de Arhitectură. — Şos. Kiseleff, 25. Bucureşti.
93	1910, Aug. 3	Smântânescu Aurel. Inginer-Şef.—Director P. şi S. Direcţia II-a de Poduri şi Şosele. — Str. Sf. Ştefan, 35. Bucureşti.
94	1923, Iulie 4	Stamatescu I. Profesor la Liceul Matei Basarab şi Seminarul Pedegogic Universitar.—Str. G-ral Lahovary, 87. Bucureşti.
95	1920, Ian. 10	Stan D. Inginer. — Societatea Edilitatea. — Str. Toamnei, 36. Bucureşti.
96	1900, Noem. 1	Teodoreanu V. Profesor la Liceul Naţional şi Liceul Militar din Iaşi. — Str. Elena Doamna, 21. Iaşi.
97	1911, Mai 18	Theodorescu V. N. Inginer Inspector General.—Director General al Soc. Petroşani.— Str. Aurel Vlaicu, 22, Bucureşti.
98	1910, Mai 20	Thierrin H. G. Licenţiat în Matematici.— Directorul Institutului „Schewitz-Thierrin".—Str. Scaune, 33. Bucureşti.
99	1921, Aug. 31	Ţino O. Doctor în Matematici.—Profesor la Liceul Gh. Şincai.— Str. Mihail Cornea, 80. Bucureşti.
100	1895, Noem. 1	Ţiţeica Gh. Doctor în Ştiinţele Matematice. — Membru al Academiei Române. Profesor la Univesitatea din Bucureşti. — Str. Dionisie, 80. Bucureşti.
101	1919, Sept. 12	Ulescu Al. Inginer.—Antreprenor de Lucrări Publice.—Str. General Dona, 11. Bucureşti.

102	1914, Dec. 10	VARDALA I. Inginer Inspector General. — Director General al Porturilor şi Căilor de Comunicaţie pe Apă. — Str. Dimineţii, 4. Bucureşti.
103	1923, Mart. 26	VASILESCU GR. Inginer.—Comisia Europeană a Dunării. — Sulina.
104	1920, Ian. 10	VASILESCU C. I. Inginer.—Directorul Serviciului Technic R. M. S.— Manufactura de tutun „Belvedere". Bucureşti.
105	1925, Aug. 26	VASILIU M. Inginer.— Str. Vaselor, 70. Bucureşti.
106	1924, Ian. 30	ZAMFIRESCU GR. Inginer.—Str. Popa Lazăr, 7. Bucureşti.
107	1920, Sept. 28	ZAPAN GH. Profesor şi Director de studii la Institutul Naţional de Educaţie Fizică.—Str. Maior Ene. Bucureşti.
108	1921, Mai 4	ZAPAN GR. Căpitan-aviator. Inginer hotarnic.—Director de studii şi Profesor la Şcoala de Pilotaj a Aviaţiei.—Str. Dorobanţi, 12. Tecuci.
109	1925, Aug. 26	ZLATCU ST. C. Inginer mecanic dela Şcoala Technică din Zürich.— Str. Martir, 10. Bucureşti.

†

MEMBRII DECEDAŢI *).

		Data admiterii	Data morţii
1.	ALEXANDRINI O.	1895 Nov. 15	1905 Sept. 6.
2.	BALABAN V.	1895 Sept. 15	1895 Sept. 22.
3.	DAVIDESCU EM.	1895 Sept. 15	1905 Aug. 28.
4.	ERBICEANU C.	1898 Sept. 15	1904 Apr. 3.
5.	NICOLAEVICI G.	1909 Iunie 1	1917.
6.	NICOLESCU N.	1895 Sept. 15	1924 Mai 5.
7.	ROŞU AL.	1910 Iunie 21	1917 Apr. 17.
8.	SALIGNY A.	1914 Dec. 9	1925 Iunie 17.
9.	TEODOR D. I.	1906 Apr. 1	1924 Iulie 30.
10.	TEODORESCU I. S.	1914 Iulie 12	1918 Dec. 22.
11.	ZOTTU I. G.	1895 Sept. 15	1902 Iulie 8.

*) Aci sunt trecuţi numai redactorii şi membrii, cari au stat la *Gazeta Matematică*, până la sfârşitul vieţii lor, in ordine alfabetică.

PREMIILE ŞI ALTE DISPOZIŢIUNI ALE FONDURILOR „GAZETEI MATEMATICE".

PENTRU

CURSUL ANULUI 1926 — 1927.

(1 Septemvrie 1926 — 31 August 1927).

In conformitate cu dispoziţiunile art. 11 din regulamentul general al fondurilor »Gazetei Matematice», subsemnaţii membrii ai Comisiunii pentru controlarea gestiunii acestor fonduri şi pentru privegherea la îndeplinirea prevederilor regulamentare ale fiecărui fond, desemnaţii în adunarea generală care a avut loc în ziua de 28 August 1925, aducem la cunoştinţă următoarele:

1. Din venitul anual al fondului SPIRU C. HARET, conform regulamentului pentru administrarea lui, publicat în «Gazeta Matematică» Vol. XXVI pag. 108, urmează să se cumpere cărţi de matematici pure şi aplicate (literatură matematică, istoria matematicilor, varietăţi şi curiozităţi matematice, aparate şi modele matematice, etc.), care să se doneze bibliotecilor şcolare dela şcoli secundare sau corespondenţilor merituoşi, elevi ai acestor şcoli. Cărţile se vor distribui între începutul anului şcolar şi vacanţa Crăciunului.

In baza hotărîrii luate de adunarea generală dela 27 August 1926, cărţile de felul celor enumărate mai sus, cumpărate din venitul anului expirat, s'au destinat să se doneze Liceului Moise Nicoară din Arad.

2. Din venitul fondului LT. COL. G. TĂNĂSESCU, al cărui regulament a fost publicat în «Gazeta Matematică», Vol. XXVIII pag. 19, urmează să se dea cărţi de matematică, primului clasificat la concursurile anuale ale «Gazetei Matematice».

3. Premiul bienal INGINER H. CAPRIEL în valoare de 500 lei, pentru lucrări de matematici superioare pure sau aplicate, se acordă lucrărilor ce se vor prezentă societăţii de către: studenţii Universităţilor, elevii Şcolii de Poduri şi Sosele sau de către elevii şcolilor de Artilerie, Geniu şi Marină din ţară.

Regulamentul acestui premiu a fost publicat in «Gazeta Matematică» anul XVII pag. 361.

Subiectul lucrării pentru premiul pe anul 1928 se va anunţă în «Gazeta Matematică» anul XXXII, numărul 9 (pe luna Mai).

Lucrările trebuiesc trimise Societății cel mai târziu până la 1 Mai 1928; iar rezultatul se va publică în numărul din Septemvrie 1928 al «Gazetei Matematice».

Premiul este indivizil și în cazul când nu se va găsi nicio lucrare meritorie, se va ține un nou concurs.

4. Premiul VASILE CONTA în valoare de 200 lei, alimentat din fondurile «Gazetei Matematice», se acordă exclusiv pentru lucrări de filozofie matematică.

Regulamentul acestui premiu s'a publicat în «Gazeta Matematică» anul XXIX pag. 14.

Autorul trebuie să fie român și să-și fi făcut studiile secundare în țară.

Lucrările trebuiesc prezentate până la 1 Iulie ale fiecărui an, și în cazul când până la această dată nu s'a primit nicio lucrare, se va aștepta data de 1 Iulie anul următor și așa mai departe.

Comisiunea care va examină lucrările prezentate după 1, 2, 3, etc. ani, va propune pentru premiere una sau două lucrări dintre cele mai bune, cu totalul sumelor strânse an cu an până la acea dată, sumă care, dacă intervalul este mai mare de 1 an, se va puteà divide între lucrările alese. Comisiunea însă va puteà să nu recomande nici una din lucrările prezentate.

Raportul Comisiunii însărcinată cu cercetarea lucrărilor se va supune desbaterilor adunării generale extraordinare în cursul lunii Octomvrie, iar rezultatul se va publică în numărul din Noemvrie al «Gazetei Matematice».

5. Premiul pentru lucrări de matematică aplicată la științele militare în valoare de 200 lei, se acordă pentru cea mai bună publicațiune de matematică aplicată la științele militare apărută în cursul fiecărui an.

Regulamentul acestui premiu a fost publicat în «Gazeta Matematică» anul XXIII pag. 9.

Autorul publicațiunii trebüie să fie român sau să-și fi făcut cultura matematică în țară.

Premiul este indivizibil și se acordă neapărat în fiecare an. In cazul când nu se găsește nicio lucrare de premiat, sau în cazul când autorul lucrării premiate nu voiește a primì suma de 200 lei, ea se va da uneia din revistele în care se publică și chestiuni de știință matematică aplicate la științele militare.

Comisiunea însărcinată cu examinarea publicaţiunilor militare apărute prin reviste sau cărţi speciale, pânăla 1 Septembrie anul trecut, precum şi manuscrisele ce s'ar aduce la cunoştinţa societăţii pânăla acea dată, va întocmi un raport ce se va supune desbaterilor adunăril generale extraordinare în cursul lunii lanuarie.

Premiul se va anunţà în numărul ce apare în luna Martie şi se va acordà lucrării premiate după apariţia numărului.

6. Din fondul ANGHEL SALIGNY, destinat tipăririi bibliotecii technice a «Gazetei Matematice», se va scoate o a doua ediţiune din volumul «Beton armat», revăzută şi adăogită, care va apare în cursul anului viitor.

7. Din fondurile bibliotecii «Gazetei Matematice» nu se va retipări nimic în cursul acestui an.

COMISIUNEA PENTRU PREMII:
IOAN BUŞILĂ.
I. VASILESCU.

NEEGALITĂŢI TRIGONOMETRICE.

1. La deslegarea problemelor practice se ivesc rareori rezolvări sau studii de *neegalităţi*, sau mai bine zis, de *neecuaţii trigonometrice*; totuşi ele se întâlnesc uneori. Tratarea lor cere o atenţiune mai încordată decât rezolvarea ecuaţiilor trigonometrice, de oarece, prin operaţiuni nepermise făcute asupra neegalităţilor se poate schimbà sensul lor, ori se poate mări sau micşorà câmpul în care poate oscila variabila, sau necunoscuta, adică să se modifice amplitudinea neegalităţii. Ele sunt mai greu de rezolvat ca neegalităţile algebrice din cauză că fucţiunile trigonometrice nu pot varia decât între anumite limite şi au aceleaşi valori pentru o înfinitate de valori ale variabililor. Astfel sinusul nu poate eşi din intervalul lui (-1) şi $(+1)$ şi are aceleaşi valori pentru oricare din arcele $2k\pi + x$ şi $(2k+1)\pi - x$.

Pentru aceste motive neegalităţile trigonometrice constituesc exerciţii şi probleme foarte bune spre a consolida cunoştinţele elementare de trigonometrie, consolidare necesară după cele ce constatăm în soluţiile ce ni se trimet la *Gazeta Matematică* şi auzim la concursurile ei. E de mirare chiar că, din acest punct de

vedere, tratatele, culegerile de probleme şi revistele de matematici nu dau atenţiune chestiunilor de neegalităţi trigonometrice. In cele ce urmează îmi propun să dau câtevà exemple din care să se vază cum se pot trata analitic şi grafic problemele de neegalităţi trigonometrice şi cam ce dificultăţi se întâlnesc la studiul lor.

2. Dacă neegalitatea este simplă, ea se poate trata direct pe baza proprietăţilor funcţiunilor trigonometrice. Vom însemnà cu x *unghiul,* sau arcul variabil, şi vom căutà între ce limite trebuie să fie coprins pentru ca o neegalitate dată să fie satisfăcută. Fie de exemplu neegalitatea:

$$\sin x > \cos x. \tag{1}$$

In cadranul I sinusul întrece cosinusul dacă $x > \pi/4$. In cadranul II avem $\sin x > 0$, $\cos x < 0$ şi neegalitatea este totdeauna satisfăcută. In cadranul III ambele părţi ale neegalităţii sunt negative şi ea va fi satisfăcută dacă, în valoare absolută, sinusul este mai mic decât cosinusul; deci trebuie să luăm $x < 5\pi/4$. In cadranul IV avem $\sin x < 0$, $\cos x > 0$ şi deci neegalitatea nu poate fi satisfăcută. Deci în primele patru cadrane trebuie să luăm:

$$\pi/4 < x < \pi/2, \qquad \pi/2 < x < \pi, \qquad \pi < x < 5\pi/4; \tag{2}$$

care se pot scrie la un loc:

$$\pi/4 < x < 5\pi/4. \tag{3}$$

Este evident că o valoare oarecare admisibiiă pentru x poate fi sporită cu $2k\pi$ şi neegalitatea va subsista dacă prin aceasta toate funcţiunile trigonometrice, care intră în neegalitate, nu îşi schimbă valoarea. Cazul contrariu s'ar ivi, de exemplu, când pe lângă x avem aveà şi submultipli ai săi. In cazul neegalităţii (1) sporirea este posibilă şi deci soluţiunea generală a acelei neegalităţi va fi:

$$2k\pi + \frac{\pi}{4} < x < 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \tag{4}$$

cu condiţie de *a lua* k *acelaşi în ambele părţi.*

Să considerăm *cercul trigonometric* (Fig. 1). Ducem diametrele perpendiculare AOA', BOB' şi diametrul CC' care bisectează unghiurile AOB, A'OB'. Dacă OA este prima latură a unghiului x, (sau A origina arcelor), neegalităţile (2) ne arată că a doua latură poate

fi luată ori unde în sectoarele COB, BOA′, A′OC′, care se pot alipì formând semicercul CBA′C′OC dela stânga diametrului COC′, care s'a haşurat pe figură. Vom zice că unghiul COC′ (aci de 180°) este *amplitudinea* neegalităţii date. Ea este reprezentarea grafică a neegalităţilor (3) sau (4).

3. Dacă necunoscuta depăşeşte limitele găsite, neegalitatea nu este satisfăcută; asemenea valori vor fi însă soluţiuni ale unei neegalităţi noi în care înlocuim in cea dată $>$ cu $<$ sau invers. Astfel soluţiile neegalităţii:

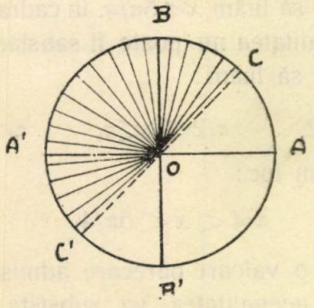
$$\sin x < \cos x \tag{5}$$

vor fi prin urmare:

$$-3\pi/4 < x < \pi/4,$$

sau în general:

$$2k\pi - \frac{3\pi}{4} < x < 2k\pi + \frac{\pi}{4}.$$



Ele corespund semicercului CAB′C′OC din fig. 1.

Limitele $\pi/4$ şi $5\pi/4$ care despart soluţiile neegalităţii (1) de ale neegalităţii (5), sau liniile corespondente OC şi OC′ care separă amplitudinile neegalităţilor acestora, nu corespund nici uneia din neegalităţi; ele sunt soluţii ale ecuaţii.

$$\sin x = \cos x. \tag{6}$$

Asemenea limite care corespund la transformarea neegalităţii în egalitate le vom nota pe figură cu linii punctate mai groase.

4. Pentru a deslegà o neegalitate putem dar să procedăm şi în modul următor. Transformăm neegalitatea în egalitate şi rezolvăm ecuaţia la care am ajuns. Valorile găsite pentru necunoscută sunt limitele variabilei x, afară de unele cazuri speciale când sensul

neegalității nu se schimbă dacă x trece de o parte sau de alta a acelei limite. Razele corespondente limitează amplitudinile în cercul trigonometric. După ce am stabilit aceste limite dăm lui x valori particulare coprinse printre acele limite spre a stabili în care interval, sau în care sector de pe cercul trigonometric, neegalitatea este sau nu satisfăcută.

Fie de exemplu a se rezolvà neegalitatea:

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 > 0. \tag{6}$$

Rezolvăm ecuația:

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0,$$

și găsim:

$$\sin x = (-1 + \sqrt{1+8})/4 = (-1 \pm 3)/4;$$

$$\sin x' = -1, \qquad \sin x'' = 1/2.$$

In primele patru cadrane avem:

$$x' = 3\pi/2, \qquad x''_1 = \pi/6, \qquad x''_2 = 5\pi/6. \tag{7}$$

Limitele căutate, în ordinea mărimii lor, sunt dar $\pi/6$, $5\pi/6$, $3\pi/2$.

Să luăm valori particulare: $0 < \pi/6$; $\pi/6 < \pi/2 < 5\pi/6$; $5\pi/6 < \pi < 3\pi/2$.

Pentru 0 neegalitatea (6) nu este satisfăcută; pentru $\pi/2$ este satisfăcută; pentru π nu este satisfăcută. Deci soluțiile neegalității (6) sunt

$$\pi/6 < x < 5\pi/6. \tag{8}$$

și în general:

$$2k\pi + \frac{\pi}{6} < x < 2k\pi + \frac{5\pi}{6}.$$

Dacă pe cercul trigonometric (Fig. 2) luăm $\sphericalangle DOA = \sphericalangle D'OA' = \pi/6$ atunci amplitudinea neegalității (6) este DOD' care este de 120^0: Razele extreme le-am dus punctate, căci corespund în (6) cazului egalității.

5. Dacă am lua neegalitatea (6) cu sensul schimbat adică:

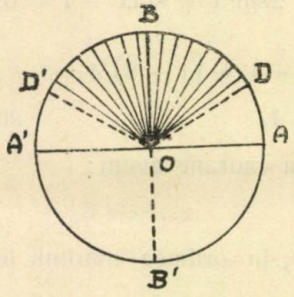
$$2\sin^2 x + \sin x - 1 < 0 \tag{9}$$

atunci studiul precedent ne arată că amplitudinea neegalității este

sectorul nehaşurat DABA'D'OD de 240°, la care corespunde formula generală:

$$2k\pi - \frac{7\pi}{6} < x < 2k\pi + \frac{\pi}{6}. \qquad (10)$$

Aici însă avem de făcut o observaţie. Dacă strângem mai multe neegalităţi într'una singură, cum am făcut dela (2) la (3), sau dela (7) la (8) sau pe figuri, alipim sectoarele separate prin razele respective, trebuie să observăm dacă pentru acele limite neegalitatea se verifică. Astfel când am trecut dela (2) la (3) am desfiinţat limitele $\pi/2$ şi π.



Avem însă:

$$\sin\frac{\pi}{2} > \cos\frac{\pi}{2}, \qquad \sin\pi > \cos\pi.$$

Desfiinţarea limitelor este deci admisibilă. La trecerea dela (7) la (8) am desfiinţat limita $3\pi/2$. Pentru aceasta însă (6) devine:

$$2\sin^2\frac{3\pi}{2} + \sin\frac{3\pi}{2} - 1 = 0,$$

şi deci neegalitatea nu este verificată. Limita $3\pi/2$ trebuie deci scoasă din formula (10). Vom zice dar că soluţiile neegalităţi (9) sunt date de (10) cu excepţiunea valorilor următoare:

$$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}. \qquad (11)$$

Pe cercul trigonometric vom duce punctată raza OB' corespondentă valorilor (11); căci ea nu face parte din amplitudinea neegalităţii (9).

(Va urmă). I. Ionescu.

SOLUȚIA GEOMETRICĂ A PROBLEMEI 3105.

I. La pagina 392 din *Gazeta Matematică* Vol. XXX, s'a publicat soluția următoarei probleme propusă de D-l I. Ionescu, sub numărul 3105:

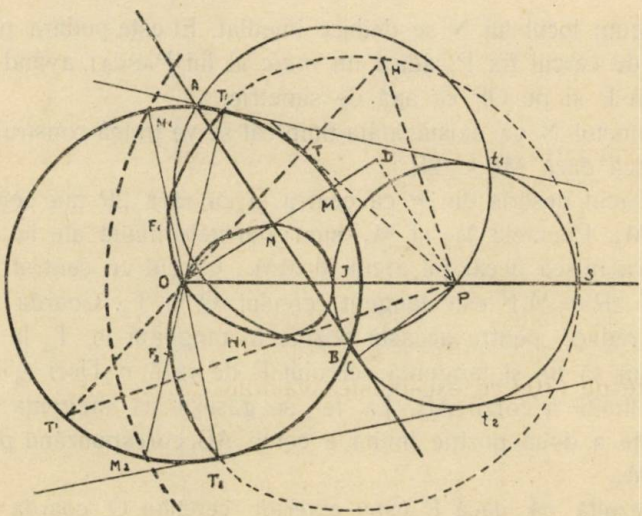
Se dă un cerc fix cu centrul O *și altul variabil cu centrul pe cercul* O *și trecând printr'un punct fix* P. *Care este locul geometric al intersecției liniei centrelor cu coarda comună?*

S'a demonstrat prin geometria analitică, că luând pe OP ca axă de x și pe O ca origină, locul este un *melc* al lui Pascal de ecuație:

$$4R^2(px - x^2 - y^2)^2 = (R^2 - p^2)^2(x^2 + y^2),$$

în care p este distanța OP, iar R raza cercului O.

Ar mai fi de văzut dacă toate punctele melcului fac parte din loc în diferitele cazuri de figură ce se pot prezentă. Aceasta este greoi de găsit pe cale analitică.



Iată o soluție geometrică, care răspunde și acestei întrebări. Fie M centrul cercului variabil, AB coarda comună, C proecția lui P pe AB, N intersecția lui OM cu AB și D proecția lui P pe OM.

Din triunghiul OPM se scoate

$$(1) \qquad \overline{MP}^2 = \overline{OP}^2 + \overline{OM}^2 - 2OM.OD,$$

iar din triunghiul OAM se scoate:

$$(2) \qquad \overline{MA}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OM}^2 - 2OM.ON.$$

Scăzând una din alta aceste egalităţi, se obţine

$$(3) \qquad \overline{OP}^2 - \overline{OA}^2 - 2OM\,(OD - ON) = 0.$$

Dar observând pe figură că

$$\overline{OD} - \overline{ON} = \overline{ND} = CP,$$

se deduce din (3)

$$CP = \frac{\overline{OP}^2 - \overline{OA}^2}{2OM} = Constant,$$

adică dreapta AB rămâne tangentă la un cerc fix cu centrul în P şi cu raza

$$(4) \qquad r = \frac{\overline{OP}^2 - \overline{OA}^2}{2OM}.$$

Acum locul lui N se deduce imediat. El este podara punctului O faţă de cercul fix P, adică un *melc* al lui PASCAL având punctul dublu în P şi pe OP ca axă de simetrie.

Punctul N va există atâta timp cât se va puteà construì coarda AB, adică dacă $MP \leqslant 2R$.

Cercul descris din P ca centru şi cu raza 2R taie cercul O în M_1 şi M_2. Punctele M_1 şi M_2 sunt punctele limită ale lui M, care nu se va mişcà decât pe arcul M_1MM_2. Cercul cu centrul în M_1 şi de rază $2R = M_1P$ este tangent cercului O în T_2. Coarda comună AB se reduce pentru această poziţie la tangenta în T_2 la O, care va trebuì să fie şi tangentă cercului P de rază *r*. Deci t_2T_2 este o poziţie limită a corzii AB. La fel se găseşte că tangenta comună t_1T_1 este a doua poziţie limită a corzii AB, corespunzând punctului limită M_2.

Rezultă că dacă P este exterior cercului O, coarda AB nu înfăşoară decât o parte din cercul P, anume arcul t_1It_2, iar N descrie arcul $T_1ON_1INOT_1$ a melcului, făcut cu linie plină în figură.

II. Dându-se o rază a cercului O, se pot găsì uşor punctele în care ea este întâlnită de melc. Aşà de exemplu, raza OM_2 taie

melcul în punctul T_1 deja găsit şi in punctul F_2, la întâlnirea lui OM_2 cu tangenta la cercul P perpendiculară pe OM_2. Punctul T_1 corespunde lui M în M_2, iar F_2 lui M în T_1. La fel se găseşte punctul F_1 care se poate determină şi pe baza simetriei. Pentru a vedeà poziţia lui M căreia îi corespunde pe melc punctul O, se duce din O tangenta la P şi apoi perpendiculara în O pe această tangentă. Una din intersecţiile acestei perpendiculare cu cercul O este poziţia căutată a lui M.

III. Construcţia geometrică a razei cercului P este următoarea:

Se duce tangenta PT la cercul O. Fie T' diametrul opus lui T în acest cerc. Perpendiculara în P pe T'P taie diametrul TT' în H. Lungimea TH este tocmai raza cercului P. In adevăr, triunghiul dreptunghic T'PH dă

$$\overline{TP}^2 = TT'.TH = 2R.TH.$$

$$\therefore \qquad TH = \overline{TP}^2 / 2R,$$

care este tocmai formula (4), căci din triunghiul dreptunghic OTP, rezultă

$$\overline{TP}^2 = \overline{OP}^2 - \overline{OT}^2 = \overline{OP}^2 - \overline{OA}^2.$$

IV. Când punctul P este în interiorul cercului O, condiţia $MP < 2R$ este totdeauna îndeplinită, deci coarda AB înfăşoară întreg cercul P a cărui rază este dată de data aceasta, de

$$r = \frac{\overline{OA}^2 - \overline{OP}^2}{2R}.$$

Locul lui N este întreaga podară a lui O faţă de P.

V. Dacă se înlocueşte în enunţ «*coarda comună*» prin «*axa radicală*», atunci locul lui N este întregul melc. Acesta a şi fost rezultatul soluţiei analitice dată problemei 3105, unde s'a considerat axa radicală a cercurilor O şi M.

VI. Fiind construit un melc al lui Pascal, se pot găsi uşor cercurile O şi P astfel că un punct M mişcându-se pe O, cercul de rază OP să aibă cu O coarda comună tangentă la P.

Pentru aceasta ne servim de relaţia (4), care se mai poate scrie

$$\overline{OM}^2 + 2rOM = \overline{OP}^2$$

$$(5) \qquad \therefore \qquad (OM + r)^2 = \overline{OP}^2 + r^2.$$

Cercul P se construieşte imediat, el are diametrul IS determinat chiar de melc.

Se duce raza PP' perpendiculară pe OP şi se observă că de oarece

$$\overline{OP'}^2 = \overline{OP}^2 + \overline{PP'}^2 = \overline{OP}^2 + r^2,$$

rezultă după (5) că

$$OM + r = OP'$$

$$OM = OP' - r.$$

Deci se ia pe OP', dela P' spre O, lungimea P'M egală cu r şi se obţine astfel raza OM a cercului căutat.

VII. In fine, existenţa cercului P, învelitoare a corzii AB, se pune în evidenţă imediat şi pe cale analitică. In soluţia dela pagina 392, Vol. XXX s'a găsit că ecuaţia dreptei AB este

$$2ax + 2by - 2ap + p^2 - R^2 = 0.$$

Distanţa dela punctul P(p, 0) la această dreaptă este

$$r = \frac{p^2 - R^2}{\pm 2\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{p^2 - R^2}{\pm 2R} = Constant,$$

adică tocmai rezultatul găsit la începutul acestui articol pe cale geometrică.

COL. GH. BUICLIU.

PREMIUL „INGINER H. CAPRIEL".

Subiectul propus a fost: „*Studiul unei clase de polinoame*". (Vezi „*Gazeta Matematică*", Anul XXX, pag. 328). Au fost prezentate Comisiunii două lucrări: a D-lui TIBERIU POPOVICIU, depusă la *Gazeta Matematică* înainte de 1 mai a. c. şi a D-lui GR. MOISIL, trimisă unuia din noi după expirarea termenului de 1 mai, fixat de Regulamentul premiului. Lucrarea d-lui GR. MOISIL nu a putut deci fi luată în consideraţiune.

Lucrarea D-lui T. POPOVICIU, care din punct de vedere al formei se prezintă admirabil, coprinde multe rezultate noi şi interesante, şi, deşi expunerea este destul de concisă, manuscrisul său are 85 pagini format mare.

Toate chestiunile din enunţul propus sunt bine studiate, şi, în legătură cu ele, autorul îşi propune o mulţime de alte probleme, pe care le rezolvă, le generalizează, lărgind astfel mult cadrul chestiunii

propuse. In lucrarea D-lui T. POPOVICIU sunt multe calcule, toate conduse cu dibăcie şi, foarte adesea, cu eleganţă.

Din lucrarea prezentată de D-l T. POPOVICIU se vede că D-sa este un spirit foarte bine dotat pentru cariera ce şi-a ales şi se pot pune cele mai bune speranţe în viitorul său de matematician.

Comisiunea, în unanimitate, propune premiarea lucrării D-lui T. POPOVICIU şi tipărirea ei de către „*Gazeta Matematică*".

N. ABRAMESCU.
A. ANGELESCU.
G. BRATU.
G. EM. FILIPESCU.

NOTE MATEMATICE

1. *Alte zece geometrii diverse.* (Vezi Nota 38. Anul XXXI pag. 291.

182.	**Agricolă** *).	*Lefour.* Arithmétique et géometrie agricole. Paris. 185.
183.	**Cablelor.**	Vezi *Revue générale d'électricité.* 1924.
184.	**Căilor ferate.**	*W. G. Raymond.* Railroad-field geometry. New-York.
185.	**Cubică.**	*G. T. de Roberval.* De geometria planarum et cubicarum aequationem resolutione. La Haye. 1731.
186.	**Descartes.** (lui)	*L. Euler.* Commentaire sur la géométrie de *M. Descartes.* Lausanne 1748.
187.	**Dimensiuni.** (cu 3)	*T. N. P. Hachette.* Elements de géométrie à 3 dimensions.
188.	„ (cu 4)	*M. Brückner.* Die Elmente der Vierdimensionallen Geometrie. Zurickun1893.
189.	**Dublu abstractă.**	Vezi *Mélbodologie mathématique Dange.* Pag. 200.
190.	**Elipsoidului.**	*C. A. Valson.* Application de la théorie des coordonnées elliptiques à la géométrie de l'ellipsoïde. Paris. 1854.
191.	**Simţului comun.**	*R. Romane.* Géométrie du sens commun. Mulhouse 1922.

(Va urmà). I. IONESCU.

*) Comunicată de D-l W. SOLOMON.

2. *Asupra numărului special cu probleme nerezolvate.* Soluţiunile primite la problemele următoare fiind neîndestulătoare, se vor considerà aceste probleme ca nerezolvate:

No. 2609. Se dă seria

$$1 - \frac{x}{T_1} + \frac{x^2}{T_1 T_2} - \frac{x^3}{T_1 T_2 T_3} + \cdots$$

în T_i este al i-lea număr triunghiurilor. Pentru ce valoarea a lui x suma serii este nulă?

I. Ionescu.

No. 3141. *Legea Statutului Funcţionarilor* prevede ca sărbători legale, în afară de Duminică, zilele de 1, 6, 7 şi 24 ianuarie; 2 fevruarie; 25 martie; 23 aprilie; 10 şi 21 mai; 29 iunie; 15 august; 8 şi 14 septemvrie; 26 octomvrie; 8 noemvrie, 6, 24, 25, 26 şi 27 decemvrie; cinci zile la Paşte; Inălţarea Domnului şi lunea de Sf. Treime. La Paşte nu se fixează dacă în cele cinci zile intră vinerea sau miercurea; pentru calcule se va presupune că zilele de sărbători sunt de sâmbătă dimineaţa până miercuri seara. Care este numărul maxim şi minimum de sărbători anuale?

I. Ionescu.

No. 3171. Numărul 30 se poate pune în două moduri sub forma $xy(x+y)$. Mai sunt alte numere întregi care se bucură de aceeaşi proprietate?

I. Ionescu.

3. *Asupra notei No. 3 din Anul XXXI pag. 29.* Se consideră mai în general şirul definit de relaţia de recurenţă:

$$u_n = p\,u_{n-1} + q\,u_{n-2}.$$

Intre termenii ei există relaţia

$$(p^2 - q^2)\sum_{i=0}^{i=n} u_i^2 + (q - p^2)\sum_{i=0}^{i=n} u_{i+2}\,u_i - pq\sum_{i=0}^{i=n} u_i\,u_{i-3} = q^2 u_0 - p^2\,u_{n+1}.$$

Se obţine uşor făcând succesiv $i = 0, 1, 2, \ldots n$ în relaţia;

$$p^2 u_{i-1}^2 - q^2 u_{i-1}^2 = (pu_{i-1} + q\,u_{i-2})(pu_{i-1} - q\,u_{i-2}) = u_i\,[(p^2 - q)\,u_i\,u_{i-2} + pq\,u_i\,u_{i-3}].$$

In nota citată este studiat cazul $p = q = 1$.

N. Botea.

4. *Problema 2641* rezolvată la pagina 432 Vol. XXXI, a mai fost publicată la pagina 135 Vol. XXV, unde i s'a dat o soluție analoagă cu cea dată în Vol. XXXI.

GH. B.

5. *Asupra unor exerciții publicate în „G. M.“* Exercițiul 81 din Vol. XXX, este un caz particular al problemei 1557 propusă la pag. 319 din Vol. XV.

I. ILIUȚĂ-DĂBULENI.

In exercițiul 3 (XXXI), s'au omis două soluții din cauză că nu s'a ținut seamă de terminațiunea 00. In adevăr, numerele 3600 și 8100 satisfac la condițiile enunțului: suma primelor două cifre, ca și suma ultimelor două, sunt patrate, iar produsul acestor două patrate e egal cu numărul format din ultimele două cifre.

ISTINIE I. C. BREZUICA.

Exercițiul 21 (XXXI) se poate generalizà astfel: Dacă numerele $a_1a_2 \ldots a_n$ și $(10^n + 1)$ sunt prime, atunci cel mai mic divizor al numărului $N = a_1a_2..a_n\, a_1a_2\, ..a_n$ este chiar $a_1a_2..a_n$. In adevăr, $N = (10^n + 1)\, a_1\, a_2 \ldots a_n$, iar $a_1\, a_2 \ldots a_n$ e mai mic ca $10^n + 1$.

TEODOR DIACONESCU.

Se poate da o soluție mai simplă exercițiului 26 (XXXI), în care se cere să arătăm că

$$\sum \frac{a^2 - b^2}{1 + r/r_a} = 0.$$

In adevăr, se cunoaște relația $r/r_a = (p—c)/p$ și atunci expresia propusă devine succesiv

$$p \sum \frac{a^2 - b^2}{2p - c} = p \sum (a—b) = 0.$$

TEODOR DIACONESCU.

Exercițiul 49 (XXXI) a mai fost propus, sub numărul 75, în *Foaia matematică*. Corespondenții ar trebui să nu mai trimită aceleași lucrări la reviste diferite.

I. I. GEORGESCU-RACOVIȚĂ.

D-l T. HULUBEI ne comunică, din nefericire prea târziu, că exercițiul pe care l-a propus sub Nr. 58 (XXXI), l-a găsit ulterior, propus ca problema 1825 în «*G. M.*» (XVIII). Facem aci rectificarea cuvenită.

P. S.

CHESTIUNI DE EXAMEN

ȘCOALELE MILITARE ALE AERONAUTICEI.

1. Secția Navigației.

ALGEBRA.

1. Să se studieze variația funcției.

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

2. Se cere să se afle adevărata valoare a expresiunei.

$$\overset{n}{x}. \mathrm{L}x$$

pentru $x = 0$.

TRIGONOMETRIE.

1. Se dă sin a, să se determine valoarea lui sin $\frac{a}{2}$ și cos $\frac{a}{2}$.

2. Cari sunt relațiile trigonometrice între elementele unui triunghiu oarecare.

GEOMETRIE.

Dacă într'un triunghiu ABC, înălțimea AH este tangenta cercului circumscris triunghiului; atunci diferența între unghiurile C și B ale triunghiului este egală cu un unghiu drept.

2. Secția Elevi Mecanici.

ALGEBRA.

Se dă ecuația:

$$mx^2 + (m - 4)\ x + (m + 1) = 0$$

Se cere:

a) Pentru ce valori date lui m, ecuația are rădăcini reale.

b) Care e valoarea lui m, când una din rădăcini este de două ori mai mare ca cealaltă.

TRIGONOMETRIE.

1. Dându-se tga, care e valoarea lui sin a, și cos a.

2. Cari sunt relațiile trigonometrice ce există între elementele unui triunghiu dreptunghic.

GEOMETRIE.

Se dă cercul O de rază r și segmentul de dreaptă $OA = l > r$, ce taie cercul O în B.

Ducem tangenta AM la cerc și perpendiculara MH pe OA.

Se cere a se calcula în funcție de l și r:

a) lungimile, AM, OH și MH.

b) Suprafața născută de AM când se învârtește în jurul lui OA.

Aplicație pentru: $l = 5$ și $r = 4$.

BIBLIOGRAFIE.

Mathesis. Tomul XL. No. 7. Iulie 1926. Bruxelles. Asupra tetraedrului de Cl. Servais. Asupra unei teoreme de calculul diferenţelor, de R. Goormaghtigh. Note de geometrie analitică, de Ad. M.

Revista matematică din Timişoara. Anul VI. No. 5. Iulie 1926. Timişoara. O teoremă de aritmetică de Gh. Zapan.

Idem. Anul VI. No. 6. August 1926. Timişoara. Generalizarea unei proprietăţi a serii lui *e*, de T. Popoviciu.

Foaia matematică. Anul III. No. 8. August 1926. Chişinău. Transformarea fracţiilor ordinare în fracţii sistematice, de E. Grabovschi.

Curierul matematic. Vol. II. No. 6. August 1926. Bucureşti. (Litografiat). Chestiuni sugestive de examinat, de M. Grünbaum. O configuraţie de puncte colineare şi drepte concurente, de D. G. Nestor.

G. Bouligand & G. Rabaté. *Imitiation aux méthodes vectorielles et aux applications géométriques de l'analyse.* Paris. Librairie Vuibert. Boulevard Saint-Germain 63. 1926.

Scopul acestui volum de 216 pagini este de a familiariza pe elevii şcolilor de matematici speciale şi facultăţilor de ştiinţe cu metoda vectorilor, necesară studiului mecanicii şi fizicii.

După o introducere asupra metodelor analitice, Cap. I se ocupă cu vectori şi operaţiuni simple cu ei. Cap. II este rezervat produselor scalare şi aplicaţiunilor lor; Cap. III produsului de vectori; Cag. IV momentelor de vectori şi sistemelor de vectori alunecători; Cap. V derivării geometrice şi teorii curbelor; Cap. VI studiului intriusec al funcţiunilor de punct; Cap. VI problemelor de integrare din punct de vedere geometric; Cap. VIII teorii suprafeţelor. La fine este o notă asupra centrului instantaneu de rotaţiune şi alta asupra concepţiunii generale a calculului şi asupra numerelor complexe.

La fiecare chestiune se tratează exemple şi probleme pentru lămurirea chestiunilor tratate şi se face diferite aplicaţiuni. La fine sunt 67 exerciţii de recapitulare. Expunerea este clară şi este rezultatul lecţiunilor făcute de autori la Facultatea de Ştiinţe din *Poitiers*. Primele capitole pot fi citite de elevii cursului superior al liceelor reale, iar restul de studenţii Facultăţilor de Ştiinţe şi de elevii şcoalelor technice superioare, cărorà le-o recomandăm în special.

I. I.

Micu Grünbaum . *Contribuţiuni la geometria triunghiului.* Apărut în *„Biblioteca Foii Matematice"* No. 4. Chişinău 1926. Preţul 40 lei. Se poate procură dela Administraţia Foii Matematice, Chişinău, Str. Regele Carol I, No. 30.

Într'o broşură de 62 pagini, precedată de o prefaţă de D-l N. Profiri, autorul publică în partea I: *„Traducerea geometrică a soluţiilor trigonometrice şi obţinerea identităţilor pe cale geometrică"*. Autorul dă câtevà exemple de asemenea transformări, principiul lor fiind de mult cunoscut. Partea a

doua conţine „*Note din transformarea cosogonală*, unde sunt date câtevà exemple de această transformare geometrică, imaginată de autor. Lipseşte însă definiţia metodei. Partea a treia conţine „*Teorema lui* STEINER *generalizată*“ care intervine la transformări cosogonale. Enunţul ei este: „Dacă B, C, A', A'', A, sunt intersecţiile unei drepte cu două cercuri şi axul lor radical avem $(A_1B/A_1C) = (\overline{A'B} \times \overline{A''B})/(\overline{A'C} \times \overline{A''C'})$. Partea IV conţine sub „*Chestiuni de examinat*“ 101 probleme diferite de geometrie propuse sau tratate de autor şi de alţii prin revistele dela noi din ţară şi în *Mathesis*. Aci este o colecţiune interesantă de probleme pentru cei ce se ocupă de geometria triunghiului şi astfel o recomandăm cititorilor noştri.

I. I.

V. THÉBAULT. *Sur deux théorèmes de Corsey*. (Supliment la *Mathesis* extras din *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, Aprilie 1926.

STANISLAS ZAREMBA. *La logique des mathématiques*. Fascicola XV din *Mémorial des sciences mathématiques*. Paris. Gauthier-Villars et C-ie. 1926.

A. BUHL. *Formules Stokiennes*. Fascicola XVI din *Mémorial des sciences mathématiques*. Paris. Gauthier-Villars et C-ie. 1926.

G. VALIRON. *Théorie générale des séries de* DIRICHLET. Fascicola XVII din *Mémorial des sciences mathématiques*. Paris. Gauthier-Villars.

S. GHEORGHIU. *Essai sur les finances d'après guerre de la Roumanie en rapport avec les mouvements économiques européens*. Paris (Litografiat).

CERERI.

140. Primim foarte des cereri dela corespondenţi în privinţa nomenclaturii în geometria triunghiului pe care nu le putem satisface, întru cât nu intră în cadrul chestiunilor pentru care s'a înfiinţat „*Cererile*“ în *Gazeta Matematică*. Astfel ni se cere să spunem care este punctul lui X, dreapta lui Y, cercul lui Z, etc. Necesitatea unui vocabular în limba română în această privinţă este evidentă. Deşi geometria este internaţională denumirile sunt de multe ori naţionale. Astfel punctul lui LEMOINE din cărţile şi revistele franceze este punctul lui GREBE din cele germane; dreapta lui SIMSON este tot una cu a lui WALLACE; centrului isogonic îi zic unii punctul lui FERMAT; centrul de greutate este la unii *baricentru*, la alţii punctul lui EUCLIDE, la alţii al lui ARCHIMEDE, etc., etc. Se găseşte un corespondent, amator al geometrii triunghiului, care vrea să se osteniască cu alcătuirea unui asemenea vocabular? Noi nu-i putem acordà de cât îndrumare şi poveţe.

ION IONESCU.

141. Rog pe corespondenţii cari s'au prezentat la bacalaureat până acum să-mi comunice enunţuriie chestiunilor de matematici propuse la teze şi eventual pe cele ce li s'au pus la oral.

EUG. GRABOVSKI.
Str. Târgului 16, Orhei.

PROBLEME REZOLVATE

PROBLEMA 2434. *Să se rezolve în numere întregi ecuaţia:*

$$3y^2 - 6y - 112x^2 = 130 + 224x.$$

I. VELESCU.

Soluţie dată de D-nul I. M. MIU (Lic. Caracal):

Termenul liber şi toţi coeficienţii, afară de al lui y^2 sunt perechi. Trebuie ca y să fie pereche, adică $y = 2y'$. Ecuaţia devine:

$$6y'^2 - 6y' - 56x^2 = 65 + 112x.$$

Toţi coeficienţii sunt perechi, termenul liber e însă nepereche. Ecuaţia este deci imposibilă în numere întregi.

Notă. Ecuaţia admite rădăcini fracţionare. Ecuaţia se poate scrie:

$$3(y-1)^2 = 7(4x+4)^2 + 21.$$

Punem:

$$y - 1 = 7u, \qquad 4x + 4 = 3v,$$
$$\therefore \quad y = 7u + 1, \qquad x = \tfrac{3}{4}v - 1.$$

$$7u^2 = 3v^2 + 1.$$

Această ecuaţie, are o soluţie vizibilă în numere întregi: $u = 2$, $v = 3$ ceea ce dă $x = 5/4$, $y = 15$. Se constată uşor că aceste valori verifică ecuaţia dată. Teoria numerelor dă mijloace de a rezolvà complet această ecuaţie în numere raţionale. Aci voiu da o soluţie elementară. Ecuaţia se poate scrie:

$$4u^2 - 1 = 3(v^2 - u^2),$$
$$\therefore \quad (2v+1)(2u-1) = 3(v+4)(v-u)$$

Să pune:

$$2u \pm 1 = 3t,$$

şi găsim:

$$t(3t \mp 2) = (v+u)(v-u),$$

Putem lua:

$$\begin{cases} v + u = mt \\ v - u = (3t-2)/m \end{cases} \qquad \begin{cases} v + u = mt \\ v - u = (3t+3)/m \end{cases}$$

de unde deducem:

$$v = \tfrac{1}{2}[mt + (3t \mp 2)/m], \quad u = \tfrac{1}{2}[mt - (3t \mp 2)/m].$$

Dar t şi m sunt supuşi la condiţiunea:

$$2u \pm 1 = 3t$$

care ne dă, înlocuind pe u:

$$t = \mp (m + 2)/(m^2 - 3m - 3).$$

Inlocuind în v şi şi u avem:

$$v = \mp(m^2 + um - 3)/2(m^2 - 3m - 3), \quad u = \mp(m^2 + 3)/2(m^2 - 3m - 3).$$

Aci m este un număr întreg sau fracţionar. Il putem înlocuì cu m/n, în care m şi n sunt întregi. Deci:

$$\begin{cases} v = \pm (m^2 + 4mn - 3n^2)/2(m^2 - 3mn - 3n^2), \\ u = \pm (m^2 + 3n^2)/2(m^2 - 3mn - 3n^2). \end{cases}$$

Cunoscând pe u şi v găsim pe x şi y:

$$x = (-5m^2 + 36mn + 15n^2)/8(m^2 - 3mn - 3n^2).$$

$$x = (-11m^2 + 12mn + 33n^2)/8(m^2 - 3mn - 3m^2),$$

$$y = 3(3m^2 - 2mn + 5n^2)/2(m^2 - 3mn - 3n^2),$$

$$y = -(5m^2 + 6mn + 27n^2)/2(m^2 - 3mn - 3n^2).$$

Sunt patru serii de soluţii.

I. I.

PROBLEMA 3240. *Se anunţă prin ziare că s'a inventat o frână, care ar opri un tren de 80 vagoane în plină viteză de 100 km/oră în 25 secunde, pe distanţa de 100 m. maximum. Este posibil acest lucru?*

V. VÂLCOVICI.

Soluţie dată de D-nul ALEX. TAUBER (Şc. Politecnică, Bucureşti).

Fie în general, P tonajul trenului, v viteza lui, F forţa de frânare, l distanţa maximă pe care se opreşte trenul.

$$Fl = \frac{1}{2}\frac{P}{g}v^2. \qquad (1)$$

Fie γ, acceleraţia împrimată trenului de forţa F, avem:

$$F = \frac{P}{g}\gamma \quad \therefore \quad \gamma = \frac{F}{P}g.$$

Viteza v' a trenului, din momentul frânării, devine:

$$v' = v - \gamma t.$$

Trenul se va opri, când $v' = 0$, deci la momentul $t = v/\gamma$

$$\therefore \quad t = \frac{vP}{Fg}. \qquad (2)$$

Din (1) şi (2) rezultă:

$$vt = 2l.$$

Dacă luăm $v = 100^{km.}/_{oră} = \frac{1000}{36}\,^{m}/_{sec.}$, $l = 100^{m}$, rezultă:

$$t = \frac{200 \times 36}{1000} = 7{,}2 \text{ secunde.}$$

Dacă luăm $v = \frac{1000}{36}\,^{m}/_{sec.}$, $t = 25$ secunde, rezultă:

$$l = \frac{1000 \times 25}{36 \times 2} 347^{m},\ 222.$$

In sfârşit, dacă luăm t=25 sec, l=100^{m}, rezultă v=28, 800$^{km}/_{oră}$

Aşă dar, nu poate există o frână care să lucreze în condiţiile anunţate în ziar.

Au mai rezolvat problema, arătând că între datele din enunţ nu există concordanţă, D-nii: Ovidiu Popea (Ploeşti) şi Ioan Vlădea (Braşov).

PROBLEMA 3257. *Să se demonstreze că dacă* A, B, C, D, E, F *sunt coeficienţii termenilor unei ecuaţiuni complete de gradul al doilea în* x *şi* y *şi dacă* a *şi* b *sunt un sistem de soluţiuni ale sistemului de ecuaţii:*

$$(AC - B^2)x^2 + (B^2 - AC)y^2 + 2(CD - BE)x + 2(BD - AE)y + CF - AF + D^2 - E^2 = 0$$

$$(AC - B^2)xy + (AE - BD)x + (CD - BE)y + DE - BF = 0,$$

atunci fie-care din sumele

$$2B(Aa + Bb + D) + (Ba + Cb + E)\left[C - A \pm \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}\right]$$

sunt nule.

Col. Gh. Buiciliu.

Soluţie dată de D-nul O. POPEA (Absolvent de Liceu).
Fie

$$f(xy) = Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

ecuaţia completă a unei conice. Se observă că cele 2 ecuaţii ale sistemului sunt tocmai dezvoltările ecuaţiilor

$$f'^2_x - f'^2_y - 4(A - C)f(xy) = 0$$
$$f'_x f'_y - 4Bf(xy) = 0,$$

care dau coordonatele (a, b) ale focarelor. Se ştie însă că focarele sunt pe axele conicei, axe date prin ecuaţiile

$$f'_x + zf'_y = 0, \tag{1}$$

în care

$$z = \frac{C - A \pm \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}}{2B}. \tag{2}$$

Inlocuind în (1) pe z prin valoarea (2) şi scriind apoi că rezultatul trebuie să fie verificat de sistemul a, b, se găseşte că sumele

$$2B(Aa + Bb + D) + (Ba + Cb + E)[C - A \pm \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}]$$

sunt nule.

Notă. Enunţul publicat la pag. 200 vol. XXX conţinea o eroare, care a fost rectificată de d-nul O. POPEA.

PROBLEMA 3382. *Dacă* B *este un număr de două cifre şi dacă patratul numărului* $100A + B$ *se termină cu 444, atunci şi patratul unuia din numerele* $100\ (A \pm 5) + B$ *se termină tot cu 444.*

COL. GH. BUICLIU.

Soluţie dată de D-nii: C. TH. IONESCU-BUJOR (Lc. Cantemir, Bucureşti): G. TAILER, D. HAIM (Lc. Codreanu, Bârlad); E. RUSSU (Lc. Internat, Iaşi); GR. IOACHIM (Lc. Militar, Iaşi); G. CĂLIN, I. MIU, ISTINIE I. C. BREZUICA, T. DIACONESCU (Lc. Ioniţă Asan, Caracal); L. SEGALL (Lc. Laurian, Botoşani); T. COCEA (Lc. Brătianu, Piteşti); R. SPATHY (Lc. Matei Basarab, Bucureşti) şi V. NOVACU (Lc. Moise Nicoară, Arad).

Avem

$$(100A+B)^2 = 1000A+200AB+B^2$$

şi

$$[100(A\pm5)+B]^2 = 1000[(A\pm5)^2\pm B]+200AB+B^2,$$

care arată că cele două patrate se termină cu ultimele trei cifre ale numărului $200AB+B^2$.

Observaţiuni. 1°. Se vede din soluţiune că enunţul problemei puteà fi dat şi sub forma *„patratele numerelor* $100A+B$ *şi* $100(A\pm5)+B$ *se termină cu acelaşi număr de 3 cifre"*.

2°. D-l G. D. Nistor arată că numerele ale căror patrate se termină cu 3 cifre identice sunt de forma $500q \pm 38$, de unde deduce

$$A = 5q$$

şi apoi verifică proprietatea ridicând la patrat numerele

$$500q \pm 38 \quad \text{şi} \quad 500(q\pm1)\pm38.$$

3°. C. T. Ionescu-Bujor generalizează problema în felul următor: *Dacă* B *este un număr de* m *cifre, numerele*

$$10^m A+B \quad \text{şi} \quad 10^m(A\pm5)+B,$$

ridicate la aceiaşi putere pereche, se termină cu aceleaşi $m+1$ *cifre.*

PROBLEMA 3395. *Fie* ABC *un triunghiu oarecare,* H *ortocentrul,* O *centrul cercului circumscris şi* A_1, B_1, C_1 *mijloacele laturilor sale. Fie* A_2, B_2, C_2 *intersecţiile* (AO, HA_1), (BO, HB_1), (CO, HC_1) *şi* P_a, P_b, P_c *intersecţiile* (AH, B_2C_2), (BH, C_2A_2), (CH, A_2B_2). *Să se demonstreze că:*

1. *Triunghiurile* ABC *şi* $A_2B_2C_2$ *sunt egale şi înscrise în acelaş cerc;*

2. *Dreptele* A_2P_a, B_2P_b, C_2P_c *concură în reciprocul ortocentrului triunghiului* $A_2B_2C_2$.

Const. I. Georgescu şi Adrian Buşilă.

Soluţie dată de D-nii: Valeriu Manafu (Lic. Mânăstirea Dealului), N. I. Manolescu (Lic. Focşani), Radu Adam (Liceul Constanţa), Th. Gh. Cocea şi I. Gh. Zamfirescu (Liceul Piteşti), I. Nicolau-Dobridor şi Gh. Munteanu (Liceul Militar, Craiova), I. I. Georgescu Racoviţă (Lic. Mânăstirea Dealului), Leon Segall (Liceul Botoşani), Ernest Grünstein şi L. Sternhell (Liceul Kogălniceanu, Iaşi), Em. Gh. Gaiu (Liceul Bârlad), Istinie I. C.

Brezuica (Liceul Caracal), Alexe V. Roşculeţ (Lic. Constanţa), Marin B. Marinaş (Liceul Caracal), Const. Ionescu-Bujor.

Să considerăm triunghiul AHA_2. Se ştie că OA_1 este paralelă cu AH şi egală cu jumătate din AH, de unde rezultă imediat că O este mijlocul laturei AA_2 şi deci A_2 se află pe cercul circumscris O. De asemenea B_2 şi C_2 se află pe cercul O.

Mai rezultă că cele două triunghiuri ABC, $A_2B_2C_2$ sunt homotetice, având pe O ca centru de homotetie, deci au laturile respective paralele, iar raportul de homotetie fiind 1, rezultă că triunghiurile sunt egale.

In triunghiul $A_2B_2C_2$ fie H_2 ortocentrul, A'_2, B'_2, C'_2 picioarele înălţimilor şi P punctul unde A_2H_2 taie pe BC. Figura BCB_2C_2 fiind un dreptunghiu, avem:

$$C_2A'_2 = BP.$$

Dar B, B_2 şi P, P_b fiind puncte homoloage în triunghiurile ABC, $A_2B_2C_2$ cu raportul de homotetie 1, avem:

$$BP = B_2P_a$$

$$\therefore \quad C_2A'_2 = B_2P_a .$$

Deci A'_2 şi P_a sunt puncte isotomice pe latura B_2C_2 a triunghiului $A_2B_2C_2$ şi analog P_b şi P_c sunt isotomicele lui B'_2 şi C'_2. Urmează că dreptele A_2P_a, B_2P_b, C_2P_c concură în reciprocul lui H_2.

PROBLEMA 3401. *Să se găsiască 7 numere întregi consecutive, a căror sumă să fie egală cu* $10^n + 1$.

Col Gh. Buicliu.

Soluţie dată de D-nii: C. T. Ionescu-Bujor (Lic. Cantemir, Bucureşti); R. Spathy (Lic. Matei Basarab, Bucureşti); M. Constantinescu (Seminarul Pedagogic Universitar, Bucureşti); C. Drâmbă, Gh. Gheorghiu (Lic. Galaţi); G. Tailer, H. David (Lic. Bârlad); V. Dângă (Şc. Politechnică, Timişoara); I. Miu (Lic. Carol); E. Grabovschi, L. Sternhell, E. Grünstein (Lic. M. Cogălniceanu, Iaşi).

Insemnând cu x numărul de la mijloc, va trebui ca

$$7x = 10^n + 1.$$

De aici se vede că x va fi întreg atunci când 10^n va fi de forma $\mathcal{M}7+6$. Căutând resturile împărţirei puterilor lui 10 prin 7, se găseşte uşor :

$10^3 = \mathcal{M}7+6$, $10^9 = \mathcal{M}6+3$, $10^{15} = \mathcal{M}6$,..$10^{6k+3} = \mathcal{M}7+6$.

Prin urmare

$$n = 6k+3 \qquad \text{şi} \qquad 7x = 10^{6k+3}+1.$$

In particular, pentru $k=0$ regăsesc numerele din şirul

(1) 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146,

a căror sumă este 1001.

Notă. 1°. Au împărţit pe 100...01 prim 7 şi au dat pe x sub formele

143 ; 14*285713* ; 14*285712857*13 ;...

în care, o dată sau de mai multe ori, perioada 28571 este incadradă între numerele 14 şi 3, D-nii: A. Angelescu (Lic. Cantemir, Bucureşti); T. Diaconescu, I. Brezuica (Lic. Caracal); L. Căldăraru (Clasa 8-a particular, Bucureşti), P. Drogeanu, N. Tabacovici (Seminarul pedagogic universitar, Bucureşti); I. Georgescu-Racoviţă (Lic. Mânăstirea Dealului); T. Stoicescu, E. Russu (Lic. Internat Iaşi); V. Novacu (Lic. Arad) şi M. Cernes (Iaşi).

2°. Au dat numai şirul (1) ca soluţie, D-nii: V. Nicolau, A. Ettinger (Lic. Matei Basarab); O. Chiru-Nanov (Lic. Internat Iaşi); M. Minasian (Lic. Mircea Cel Bătrân, Constanţa); I. Nicolau-Dobridor (Lic. Militar, Craiova); N. Manolescu (Focşani); C. Costăchescu, Gr. Ioachim (Lic. Militar, Iaşi); G. Călin (Lic. Caracal) şi C. Pilat.

PROBLEMA 3428. *Să se demonstreze că între unghiurile unui triunghiu oarecare, avem relaţiunea*

$$\frac{\sin A\cos^3 A+\sin B\cos^3 B+\sin C\cos^3 C}{\cos A\sin^3 A+\cos B\sin^3 B+\cos C\sin^3 C} = \frac{1-4\cos A\cos B\cos C}{1+4\cos A\cos B\cos C}.$$

Emil Ştefănescu.

Ţinând seamă de relaţiunile generale

$$\sin 2a = 2\sin a\cos a \qquad \text{şi} \qquad 2\cos^2 a = 1+\cos 2a,$$

avem

$$\Sigma \sin A\cos^3 A = \tfrac{1}{4}\Sigma\sin 2A + \tfrac{1}{8}\Sigma\sin 4A$$

$$\Sigma \cos A\sin^3 A = \tfrac{1}{4}\Sigma\sin 2A - \tfrac{1}{8}\Sigma\sin 4A.$$

Însă, din cauza relaţiunii speciale $A+B+C=180^0$,

$$\Sigma\sin 2A = 4\sin A \sin B \sin C$$

şi $$\Sigma\sin 4A = -4\sin 2A \sin 2B \sin 2C$$

$$= -32\sin A \sin B \sin C \cos A \cos B \cos C.$$

Simplificând deci raportul $\frac{\Sigma\sin A \cos^3 A}{\Sigma\cos A \sin^3 A}$ cu $\sin A \sin B \sin C$,

găsim relaţiunea dată în enunţ.

Au rezolvat problema D-nii: ALEXE V. ROŞCULEŢ (Liceul Constanţa, cl. VI), VALERIU NOVACU (Liceul «Moise Nicoară», Arad, cl. VII), RENÉ I. SPATHY (Liceul «Matei Basarab», Bucureşti).

EXERCIŢII

1. Se cer patratele de patru cifre la care suma primelor două cifre este diferenţa celorlalte două.

E. ST. IACOB.

R. Fie *mszu* numărul căutat. Luăm $z-u=\pm 1$ şi avem patrate de forma $10zu$, anume aşà ca grupa *zu* să termine un patrat. Găsim 1001; 1021; 1089; 1056; 1076, dintre care $1089=33^2$. Luăm apoi $z-u=\pm 2; \pm 3; \ldots$ şi mai găsim soluţiile 1225; 1296; 1681; 3025; 3249; 3481.

2. Se cer patratele de patru cifre la care suma cifrelor mijlocii este suma patratelor cifrelor extreme.

FROIM I. MARCUS.

R. Se cere *mszu* aşà că $s+z=m^2+u^2\leqslant 18$. Deci $m=1; 2; 3; 4$, iar $u=0; 1; 4$, căci termină un patrat. Deci $m^2+u^2=1; 2; 4; 5; 9; 10; 16; 17$. Ne dăm pe u, luăm z compatibil ca el ca *zu* să termine un patrat, dăm valori lui m şi avem pe s. Verificăm care numere sunt patrate. Problema nu admite soluţii.

3. Se cer patratele de trei cifre divizibile prin 3 şi având cifra zecilor cu soţ.

I. FOCA.

R. Ultimile două cifre pot fi: 25, 21, 29, 41, 49, 61, 69, 81, 89, 24, 44, 64; 84. Patratele se divid cu 9. De aci numerele: 225; 621; 729; 441; 549; 261, 369; 981; 189; 324; 144; 864; 684. Din acestea sunt patrate: 225; 729; 441; 324; 144.

4. Suma cifrelor unui patrat de cinci cifre este numărul format de primele două cifre. Se cere acel patrat.

A. Kahane.

R. Se cere $dmszu$ aşă că $10d+m=d+m+s+z+u$, sau $9d=s+z+u$. Cum zu nu poate fi 99, căci 99 nu termină un patrat, reese $d=1$, sau $d=2$. Dacă $d=1$, atunci $(s+z+u)=9$. Luăm zu ca să termine un patrat, alegem s şi găsim numerele $1m801$; $1m621$; $1m441$; $1m261$; $1m081$. Nici unul nu poate fi patrat. Cu $zu=04$ nu găsim soluţii; cu $zu=25$ găsim $13225=115^2$ şi $18225=135^2$. Nu se mai găsesc alte soluţii, nici pentru $d=2$.

5. Să se construiască triunghiul ABC cunoscând vârful A, ortocentrul H şi centrul de greutate G.

Al. Ch. Mladenovici.

R. Pe prelungirea lui HG luăm $GO=\overline{GH}:2$; O este centrul cercului circumscris. Ducem OM paralelă cu AH şi egală cu $\overline{AH}:2$. Intersecţia perpendicularei dusă din M pe AH, cu cercul descris din O ca centru, cu OA ca rază, determină vârfurile B şi C.

6. Se unesc două câte două mijloacele E, F, G, H ale laturilor AB, BC, CD, DA ale unui paralelogram ABCD şi se prelungesc până ce taie din nou laturile paralelogramului. Obţinem opt puncte de intersecţie, care sunt vârfurile a două paralelograme.

George Tailer.

R. Dreapta EH întâlneşte pe CD în M şi pe CD în M'; EF taie pe CD în N şi pe DA în N'; GH taie pe AB în P şi pe BC în P', iar GF pe AB în Q şi pe AD în Q'. Triunghiurile HDG şi HAP sunt egale; deci $AP=DG$; analog $BQ=CG$. Deci PQ este indoitul laturei AB şi de asemenea MN dublul lui DC; etc.

7. Să se demonstreze relaţia

$$ah_a \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}A + 8Rr\cos^2\tfrac{1}{2}A = 2r(r_a + r_b + r_c).$$

Ilie Foca.

R. Avem $ah_a = 2S = 2pr$, $\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}A = r_a : p$, $r_b + r_c = 4R\cos^2\tfrac{1}{2}A$.

8. In orice triunghiu avem relaţia:

$$\frac{r_a}{r_b}+\frac{r_a}{r_c}+\frac{r_c}{r_a}+\frac{4R}{r}\left(\frac{h_a}{h_b}+\frac{h_b}{h_c}+\frac{h_c}{h_a}\right)=\frac{p^2}{r^2}.$$

TRAIAN N. ANGELESCU.

R. Avem $r_a : r_b = (p-b):(p-c)$, etc. $h_a : h_b = b : a$, etc.

9. In orice triunghiu avem

$$\sum \frac{(a+c)^2-4ac\cos^2\frac{1}{2}B+(a+b)^2-4ab\cos^2\frac{1}{2}C-2bc\cos A}{(1+\sec A)\operatorname{tg}\frac{1}{2}A}=4S.$$

I. NICOLAU-DOBRIDOR.

R. Se ştie că: $(a+c)^2-4ac\cos^2\frac{1}{2}B=b^2$, etc. Deci $E=\Sigma a^2\cot A$, iar această sumă tocmai 4S (G. M. V. pag. 243).

10. In orice triunghiu avem relaţia

$$\frac{1}{a.b.c}\left[4S\,\Sigma\, ab-\Sigma\, a^3\cot A(b+c)\right]=2(R+r).$$

I. NICOLAU-DOBRIDOR.

R. Expresiunea din enunţ se poate scrie sub forma:

$$E=\frac{bc(4S-b^2\operatorname{cotg}B-c^2\operatorname{cotg}C)+ac(4S-a^2\operatorname{cotg}A-c^2\operatorname{cotg}C)+ab(4S-a^2\operatorname{cotg}A-b^2\operatorname{cotg}B)}{abc}.$$

In G. M. Vol. V. pag. 243 se stabileşte:

$$a^2\operatorname{cotg}A+b^2\operatorname{cotg}B+c^2\operatorname{cotg}C=4S.$$

Deci avem:

$$E=\frac{bca^2\operatorname{cotg}A+acb^2\operatorname{cotg}B+abc^2\operatorname{cotg}C}{abc}=a\operatorname{cotg}A+b\operatorname{cotg}B+c\operatorname{cotg}C$$

$$=2(R+r)\ \text{(Culeg. de Probl. Trigon. XIX).}$$

PROBLEME PROPUSE.

3451. Care este fracția m/n care se transformă în fracția periodică simplă $0, mn\ mn\ mn \ldots .$?

I. Ionescu.

3452. Să se găsiască numărul întreg ab, format din numerele a și b scrise unul după altul, știind că rădăcina patrată exactă sau cu aproximație a lui ab este egală cu dublul sau triplul numărului zecimal a, b.

Col. Gh. Buicliu.

3453. Se cere suma:

$$0,(1)+0,(2)+0,(3)+\ldots+0,(9)+0,(10)+\ldots+0,(99)+\ldots+0,(n)$$

în care parantezele indică că numerele din paranteză se reproduc periodic indefinit.

N. Agronomof.
(Wladivostok).

3454. Se cer patratele de șase cifre așà ca numărul format de primele două cifre și cel format de ultimele două să fie număr de două cifre consecutive, iar cifrele mijlocii să fie identice.

I. I. C. Brezuica.

3455. Pe o foaie de hârtie este scris cu mâna un număr prim. Dacă întoarcem foaia cu 180^0 citim un alt număr prim. Se cere acel număr.

C. V. Costăchescu.

3456. Să se arate că într'un șir de o sută numere consecutive, sunt cel puțin zece numere prime absolut.

Căpitan I. Linteș.

3457. Intr'un triunghiu oarecare ABC latura AB este fixă, iar vârful C se mișcă pe cercul circumscris. Să se găsiască locurile centrelor de greutate ale perimetrului și suprafaței triunghiului ABC.

Căpitan Gr. Zapan.

3458. Intr'un triunghiu oarecare ABC fie A_1, B_1, C_1 picioarele înălțimilor, A_2, B_2, C_2 mijloacele laturilor, O centrul cercului circumscris. Se consideră intersecțiile $M \equiv (AA_1, OB_2)$, $N \equiv (BB_1, OC_2)$, $P \equiv (CC_1, OA_2)$, $Q \equiv (AA_1, OC_2)$, $R \equiv (BB_1, OA_2)$, $S \equiv (CC_1, OB_2)$. Să se demonstreze că triunghiurile MNP și QRS sunt egale.

TH. GH. COCEA.

3459. Fie P un punct în planul unui triunghiu ABC și α, β, γ mijloacele segmentelor PA, PB, PC. Paralela dusă din B la PA este tăiată de paralela dusă din β la AC în B_a, iar paralela dusă din C la PA este tăiată de paralela dusă din γ la AB în C_a. Analog se obțin punctele C_b, A_b și A_c, B_c.

Să se arate că dreptele $B_a C_a$, $C_b A_b$, $A_c B_c$ întâlnesc respectiv laturile BC, CA, AB ale triunghiului în trei puncte colineare.

N. G. BOTEA.

3460. Să se demonstreze că în orice triunghiu avem relațiunea:

$$\sin 3B \sin(C - A) \operatorname{cosec}^2 B + \sin 3C \sin(A - B) \operatorname{cosec}^2 C = 2 \sin A \sin(C - B)[1 - 3 \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C].$$

V. CRISTESCU.

3461. Să se rezolve un triunghiu în care:

$$R + r = 7 \quad \text{și} \quad a^3 r_a^3 + b^3 r_b^3 + c^3 r_c^3 = 1852416,$$

știind că numerele ce măsoară pe R, a, b, c sunt întregi.

RÉNÉ I. SPATHY.

3462. Să se arăte că între unghiurile unui triunghiu oarecare, avem inegalitățile

$$1 \leqslant \operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2}A + \operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2}B + \operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2}C \leqslant 2.$$

EMIL ȘTEFĂNESCU.

Rectificare. La problema 1162 sistemul de ecuații este:

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n = k,$$
$$a_1^2 x_1^2 + a_2^2 x_2^2 + \ldots + a_n^2 x_n^2 = r^2.$$

Dela apariția ultimului număr, s'au primit spre publicare: articole (A), note (N), cereri (C), exerciții (E), probleme propuse (P), recreațiuni (R) și probleme rezolvate, indicate prin numărul lor de ordine, dela D-nii:

Adam Radu (3426); *Agronomof N.* (A); *Albeață N. Em.* (3369); *Angelescu A. N.* (3442, R); *Angelescu V. A.* (3410, 17, 37); *Bădescu R.* (3340); *Balaban G. I.* (E); *Cernes M.* (R); *Chirilă V. I.* (3356); *Dângă V.* (3333); *Diaconescu V. T.* (3437); *Dimitrievici Alex.* (3442); *Drogeanu N. P.* (3428); *Focșeneanu I. M.* (2481, N, P); *Gaiu Em.* (E); *Ghelber M.* (P); *Gheorghiu Th. Gh.* (3327, 99, 407, 15, 17); *Grünstein E.* (3428, 50, P); *Ianculescu Octav* (3218, 89, 347, 80, 428); *Ionescu-Bujor Th. Constantin* (3244, 395, 417); *Ionescu Iulian* (3442); *Ionescu I. Paul* (3305, R); *Ionescu I. Prejbeanu* (3301); *Istinie I. C. Brezuica* (3388, 437); *Livada M.* (3333); *Lupu Avram* (3356); *Manafu V.* (3380, N, P); *Manolescu I. M.* (P); *Manolescu N.* (3239, 52); *Mariș Marius* (3437); *Miu I.* (R); *Morțun Em.* (3369, 428); *Nestor Gh. D.* (3339, 80, N); *Nicolau V. Gh.* (3410, 28, 37); *Niculescu Al.* (3340, 56); *Novacu Val.* (3289, 388); *Pilat C.* (3369, P); *Popescu C. Virgil* (3301, 69, 432, 42, E, P); *Roman I.* (3333); *Roșculeț Alexe* (3395); *Russu Eug.* (3218, 369, 71); *Simionescu D. Gh.* (P); *Simionov P. K.* (3347, 69, 437); *Spacu G. P.* (3416, 37); *Ștefănescu Em.* (P); *Stoica A.* (3239); *Tauber A.* (R); *Themo Togo* (3339, 47, 80); *Trofimov P.* (P); *Tudose C. T.* (3410); *Vasilescu B.* (3410, 17, 37); *Vasiliu I. C.* (P); *Vasiliu V. M.* (P).

Articolele, notele, problemele rezolvate, cât și cele de propus de **geometrie,** *a căror soluție nu va fi însoțită de figura explicativă făcută cu îngrijire pe o foaie de hârtie separată, nu vor fi luate în considerațiune.*

Manuscrisele se vor scrie **pe o singură parte a foii și nu se vor tratà mai multe chestiuni diferite pe aceiași foaie.** Dacă o chestiune cuprinde mai multe foi, ele *se vor lipì sau coase în partea stângă,* împreună cu figurile respective, care se fac deasemenea pe foaie aparte. *Foile vor avea format de sfert de coală,* iar scrisul se va face **pe dimensiunea cea mică,** ca pe o foaie de caet de dictando.

Articolele, notele, problemele propuse, exercițiile, recreațiile ce se trimit pentru tipărire în „GAZETA MATEMATICĂ", trebue să fie originale, iar nu luate din cărți sau reviste speciale de matematici.

Colecţiunea „GAZETEI MATEMATICE“

„Gazeta Matematică“ vinde ani completi broşaţi, cu preţul de 200 lei volumul, afară de volumele: I, X, XVIII, XX şi XXV care se vând cu preţul de 300 lei volumul.

Volumul XV este epuizat.

Biblioteca „GAZETEI MATEMATICE“

---

1. **I. Ionescu, G. Ţiţeica, A. G. Ioachimescu şi V. Cristescu,** *Culegere de Probleme de Aritmetică, Geometrie, Algebră şi Trigonometrie. (520 pag. cu 3381 probleme).* (Epuizată).

2. **N. Abramescu,** *Lecţiuni de algebră superioară* pentru cl. VIII reală, *Ediţia IV revăzută şi adăogită,* 1924 . . . . Lei 80,—

3. **A. G. Ioachimescu şi G. Ţiţeica,** *Culegere de probleme de mecanică şi geometrie analitică* (222 pag. cu 825 probleme şi o planşă) (Epuizată).

4. **Tr. Lalescu şi Şt. N. Mirea,** *Culegere de probleme de geometrie descriptivă şi cosmografie* (Epuizată).

5. **Tr. Lalescu,** *Tratat de Geometrie analitică,* Fascicola I *Ediţia II revăzută şi adăogită,* 1923 . . . . . Lei 30,—
Idem, Fascicola II Conice (Epuizată).
Idem, Fascicola III Cuadrice . . . . . Lei 20,—

6. **Gh. Lazăr,** *Trigonometria drept liniară* (după cursul predat de Gh. Lazăr la colegiul Sf. Sava) . . . . . Lei 10,—

7. **A. G. Ioachimescu,** *Culegere de probleme de Algebră,* ediţia III-a revăzută şi îngrijită de *Tiberiu Popoviciu.* 1926. Lei 180,—

8. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu şi G. Ţiţeica,** *Vocabular Matematic* . . . . Lei 20,—

La aceste preţuri se vor adăogă taxele poştale pentru expediţie.

Biblioteca Technică a „GAZETEI MATEMATICE“
(Tipărită din fondul ANGHEL SALIGNY)

I. Ionescu, *Beton armat. Expunerea elementară a regulilor de construcţiune şi a principiilor de calcul. Ediţia II (sub presă).*

Gazeta Matematică apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul de 100 lei anual, se plăteşte înainte şi începe la 15 Septemvrie, ori când s'ar face achitarea lui în cursul anului şi nu se face pe termene mai scurte de un an. Abonamentele, schimbările de adrese, reclamaţiunile şi cererile pentru cărţi din biblioteca «Gazetei Matematice», se vor trimete numai D-lui: Ing. **Gh. Em. Filipescu** (Director la Societatea Comunală a Tramvaielor, Str. Vasile Lascăr, 218, Bucureşti. Telefon 53/59).

Schimburile de reviste, uvrage pentru recenzii şi orice alte cereri, afară de cele privitoare la cassierie şi expediţie, se vor trimite D-lui Inginer Inspector General I. IONESCU, Str. Căluşei 23, Bucureşti.